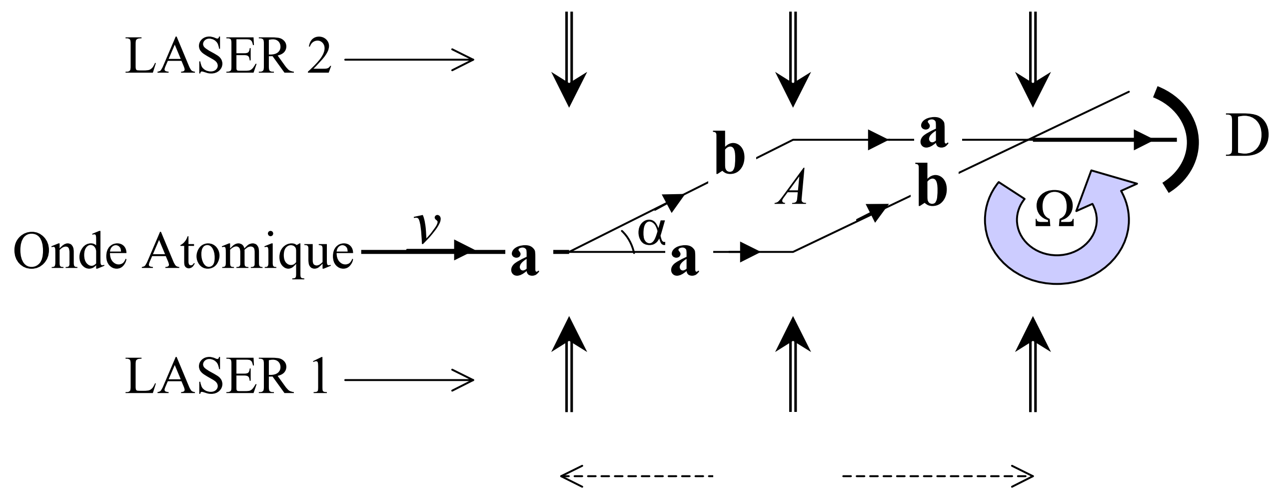
L’émission stimulée par les ondes de matière

Comment rétablir une symétrie dans les coefficients d’Einstein…

Ph. Tourrenc[1], M-C Angonin[1], P. Wolf[2]

[1]ERGA/LERMA Université Pierre et Marie Curie
[2]SYRTE Observatoire de Paris/ BIPM

Interféromètre de Ramsey-Bordé



Limite de sensibilité

$$\delta\Omega \gtrsim \frac{1}{\sqrt{N_{atom}}}\frac{c^2}{\left(m\, c^2/\hbar\right)A_{atom}} = \Omega_{0/atom}$$

N_{atom} = nombre d'atomes.

Améliorer la sensibilité des interféromètres atomiques

⇕

Augmenter le nombre d'atomes

✦ Amplifier les ondes de matières comme on amplifie la lumière dans un LASER.

(LASER atomique !?)

Ch. Bordé en 1995,

calcul des coefficients via la Th. Quant. Champs

(Ch. J. Bordé Phys. Lett. A204, 217 (1995)).

Reprise des calculs d'Einstein (1916)

⇓

Une nouvelle présentation des phénomènes donnant l'amplification des ondes de matière

(P. Tourrenc, M-C. Angonin, P. Wolf, *The forgotten process*, soumis.).

Plank 1900

Dans une cavité idéale, chaque “photon” est piègé dans un mode de fréquence ν.

Température d’**équilibre** : *T*

Densité d’énergie dans [ν,ν+dν] : $\rho_{\varphi}(\omega, T)d\nu$

$$\rho_{\varphi}\, d\nu \;=\; d_{\varphi} \times \frac{4\pi\nu^{2}}{c^{3}}d\nu \times \hbar\omega \times \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$$

Nb de polarisations

Energie d’un photon

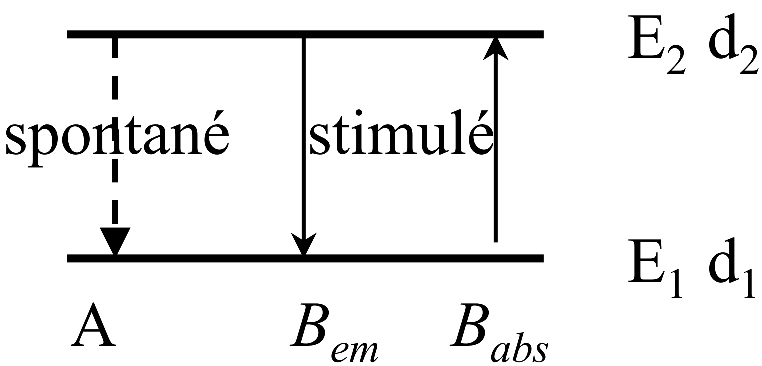
Nb de fréquences de résonance dans [ν,ν+dν]

Nb moyen de photons/mode

Nb de modes dans [ν,ν+dν]

$$d_{\varphi} \;=\; 2 \quad \text{et} \quad 2\pi\nu \;=\; \omega$$

Einstein 1916 / 17 (Einstein A., Verh. D. Deutschen Physikal. Gesellschaft 18, Nr. 13/14, 318 (1916) et Einstein A. Phys. Zs **18**, 121 (1917))



$$E_2 - E_1 = \hbar\omega_0$$

- Maxwell-Boltzmann à la temperature T :

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{d_2}{d_1} \times e^{-\hbar\omega_0/k_B T}$$

- Condition d'équilibre :

$$AN_2 + B_{em}\ \rho_\varphi\ N_2 = B_{abs}\ \rho_\varphi\ N_1$$

Equilibre à toute température :

$$B_{abs} = \frac{d_2}{d_1} B_{em} \qquad \text{et} \qquad A = \frac{8\pi\nu_0^2}{c^3}\hbar\omega_0\ B_{em}$$

Expressions générales pour les ondes de matières

- de Broglie 1924

- Energie d'un atome :

$$\hbar\omega = \sqrt{\left(Mc^2\right)^2 + (cp)^2}$$

Mc^2 = *énergie incluant l'énergie interne*

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$$

λ longueur d'onde de de Broglie

- Nous posons: $\nu = \mathbf{c} / \lambda$

$$\hbar\omega = \sqrt{\left(Mc^2\right)^2 + (2\pi\hbar\nu)^2}$$

Un mode correspond à une valeur de λ *i.e.* une valeur de fréquence de résonance ν.
Le nombre de ν résonants par unité de volume dans $[\nu, \nu+d\nu]$ est $\dfrac{4\pi\nu^2}{c^3}d\nu$

Les états atomiques

$a\varphi$

$$a\varphi \rightleftarrows a + \varphi$$

a

Dans une cavité idéale, chaque “atome” est piégé dans un mode de fréquence ν.

Densité d’énergie atomique de l’état fondamental, *a*, dans la bande de fréquence [ν,ν+dν] :

$\rho_a(\omega, T)d\nu$

$$\rho_a\, d\nu = d_a \times \frac{4\pi\nu^2}{c^3}d\nu \times \hbar\omega \times \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_BT} - 1}$$

Dégénérescence du niveau *a*

Energie d’un atome

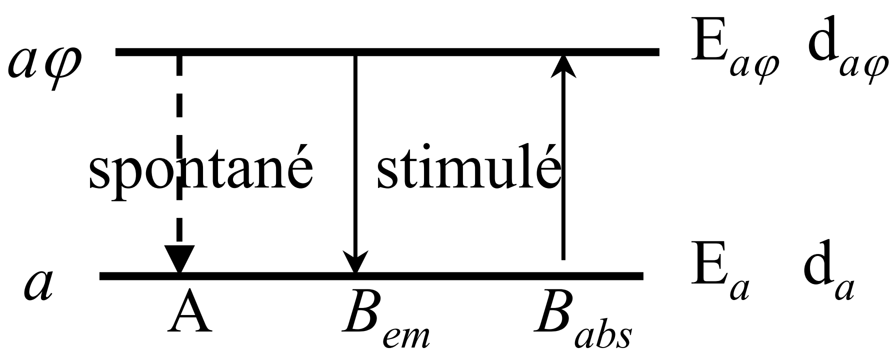
Nb de fréquences de résonance dans [ν,ν+dν]

Nb moyen d’atomes/mode à l’équilibre thermique

Nb de modes dans [ν,ν+dν]

$$\hbar\omega = \sqrt{\left(Mc^2\right)^2 + (2\pi\hbar\nu)^2}$$

Equilibre statistique avec les processus d'Einstein



$E_{a\varphi}$ - $E_a = \hbar\omega_{\varphi 0}$

- Bose-Einstein (à la place de Maxwell-Boltzmann) :

$$N_{a\varphi} = \frac{d_{a\varphi}}{e^{\hbar\omega_{a\varphi}/k_B T} - 1}, \quad N_a = \frac{d_a}{e^{\hbar\omega_a/k_B T} - 1}$$

- *Rem.*: Potentiel chimique $\mu = 0$

- Condition d'équilibre :

$$A\, N_{a\varphi} + B_{em}\, \rho_\varphi\, N_{a\varphi} = B_{abs}\, \rho_\varphi\, N_a$$

Doit être valide à toutes les températures!

Il faut un processus supplémentaire :
"**le processus oublié**"

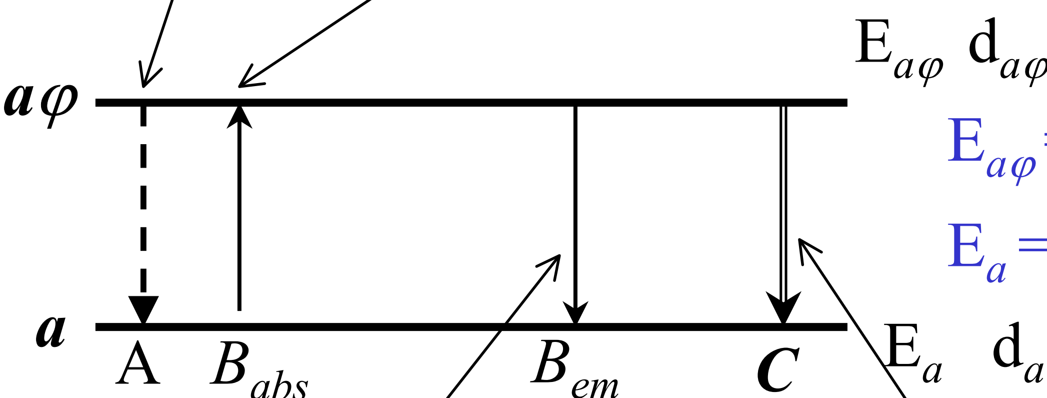
Rétablir la symétrie entre lumière et matière

$$a\varphi \rightleftarrows a + \varphi$$

Désexcitation spontanée ($\longrightarrow$)

Energie du photon émis = $\hbar\omega_{\varphi 0}$

absorption de photons ($\longleftarrow$)



$E_{a\varphi} = \hbar\omega_{a\varphi 0}$

$E_a = Mc^2 = \hbar\omega_{a0}$

Désexcitation stimulée ($\longrightarrow$) due au photon φ

Désexcitation stimulée ($\longrightarrow$) par l'onde de matière a

Le nouveau processus

$$A\, N_{a\varphi} + B_{em}\, \rho_{\varphi\,[\omega_{\varphi 0},T]}\, N_{a\varphi} + \boxed{C\rho_{a\,[\omega_{a0},T]}\, N_{a\varphi}} = B_{abs}\, \rho_{\varphi\,[\omega_{\varphi 0},T]}\, N_a$$

Egalité à toute température ssi $\Longrightarrow$

$\omega_{\varphi 0} + \omega_{a0} = \omega_{a\varphi 0}$: conservation de l'énergie

$$B_{abs} = \frac{d_{a\varphi}}{d_a d_\varphi} \times \frac{c^3}{4\pi\hbar\omega_{\varphi 0}\nu_{\varphi 0}^2} \times \frac{1}{t_{sp}}$$

$$B_{em} = \frac{1}{d_\varphi} \times \frac{c^3}{4\pi\hbar\omega_{\varphi 0}\nu_{\varphi 0}^2} \times \frac{1}{t_{sp}}$$

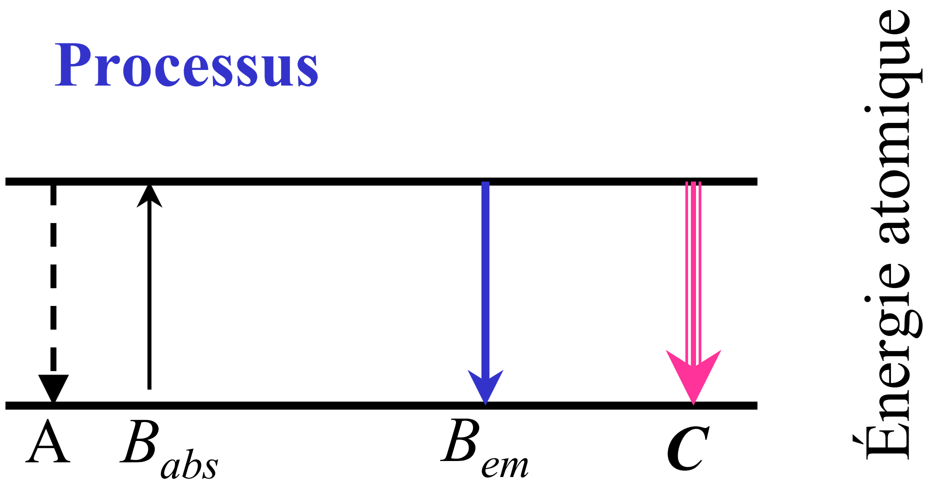
$$\boxed{C = \frac{1}{d_a} \times \frac{c^3}{4\pi\hbar\omega_{a0}\nu_{a0}^2} \times \frac{1}{t_{sp}}}$$

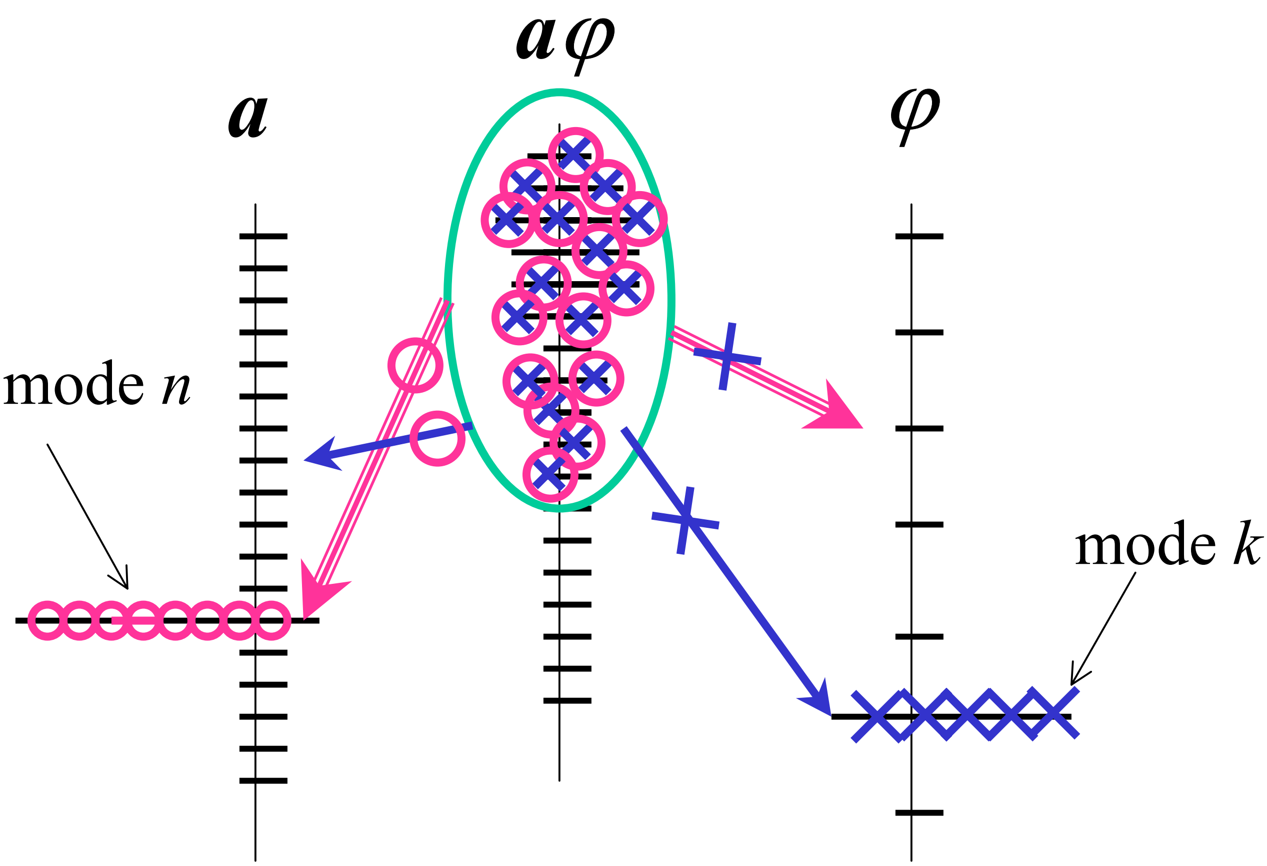
*N.B.*Le nombre de modes par intervalle d'énergie est bien plus important pour l'onde de matière que pour l'onde lumineuse.

$\frac{1}{t_{sp}} = A$, B_{abs} , B_{em} : ***coefficients d'Einstein***

C : Le nouveau coefficient

Processus





Le "processus oublié"

Processus habituel des lasers

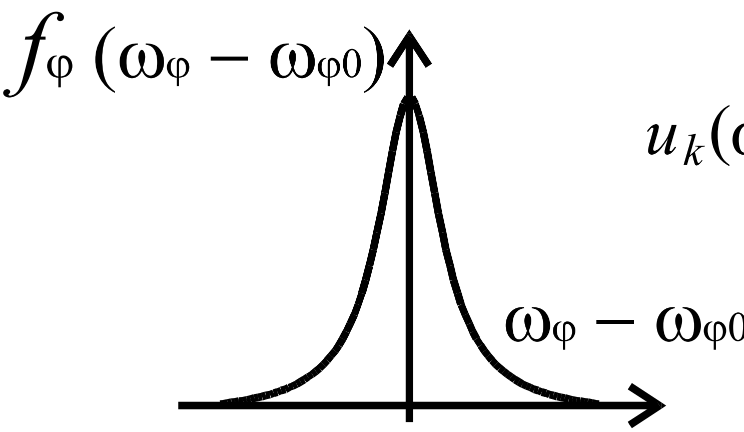
$a\varphi$ de mode $\quad m \rightarrow a$ de mode $\quad n$ and φ de mode $\quad k$

$$\omega_{a\varphi} = \omega_a + \omega_\varphi$$

Désexcitation stimulée par photon dans mode *k*

$$\frac{dN_{a\varphi}}{dt} = -W_{em} N_{a\varphi}$$

$$W_{em} = \frac{\pi c^3}{d_\varphi \omega_\varphi \nu_\varphi} \frac{1}{t_{sp}} f_\varphi(\omega_\varphi - \omega_{\varphi 0}) \times \frac{u_k(\omega_\varphi)}{\hbar \omega_\varphi}$$



$u_k(\omega_\varphi)$ = densité d'énergie photons de mode k

Facteur de forme de la transition

Désexcitation stimulée par les atomes dans mode *n*

$$\frac{dN_{a\varphi}}{dt} = -W_f N_{a\varphi}$$

$$\boxed{W_f = \frac{\pi c^3}{d_a \omega_\varphi \nu_\varphi} \frac{1}{t_{sp}} f_\varphi(\omega_\varphi - \omega_{\varphi 0}) \times \frac{u_n(\omega_a)}{\hbar \omega_a}}$$

$u_n(\omega_a)$ = densité d'énergie atomes de mode n

Conclusion

• $W_f <<< W_{em}$ pour l'équilibre thermique

MAIS

hors équilibre,

dans des cavités adaptées (Thèse de Pacôme DELVA)

Possibilité d'amplification d'onde de matière?

• Nous avons vu :

$$a\varphi \rightleftarrows a + \varphi$$

Et si l'on remplaçait le photon par un autre boson?

$$ab \rightleftarrows a + b$$