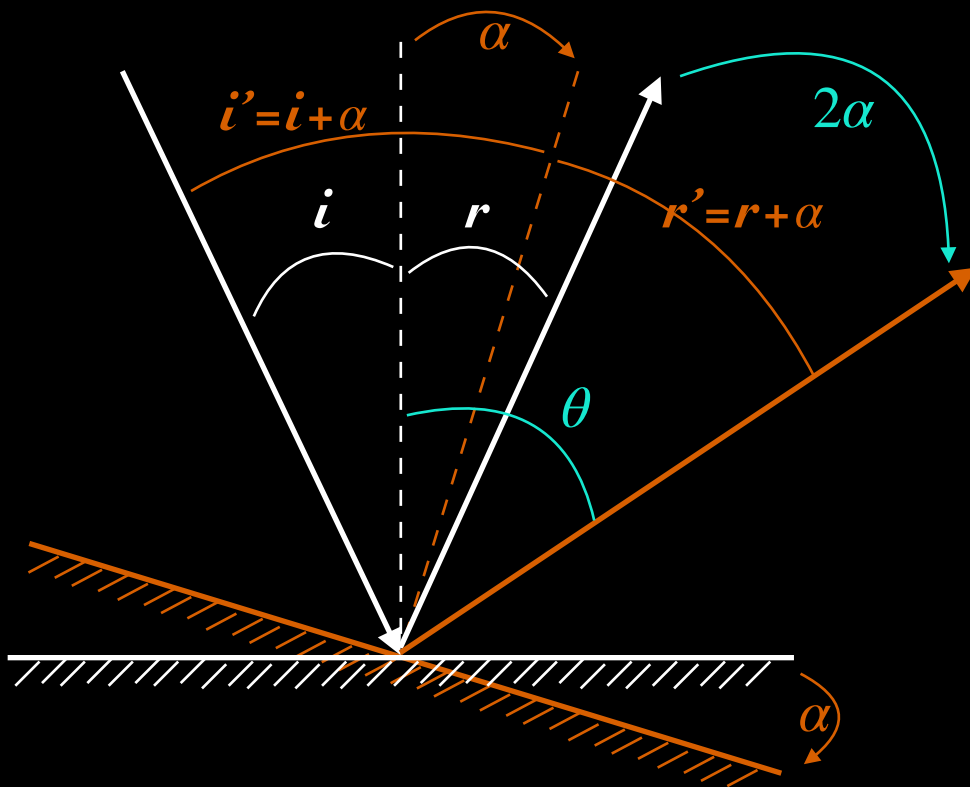


II - Réflexion & miroir plan

II.4 Applications (1)

- Miroir tournant : miroir tourne de α (autour d'un axe normal au plan d'incidence) $\Rightarrow$ rayon réfléchi tourne de 2α .



En effet :

$$i' = i + \alpha \Rightarrow r' = i + \alpha = r + \alpha$$

$$\Rightarrow \theta = \alpha + r' = \alpha + r + \alpha$$

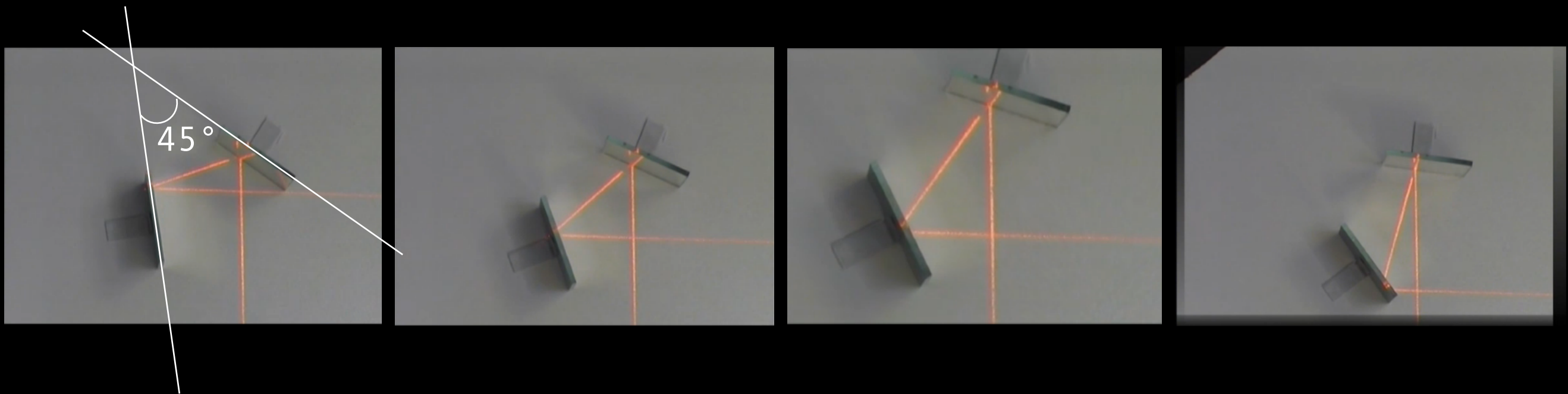
$$\Rightarrow \boxed{\theta = r + 2\alpha}$$

II - Réflexion & miroir plan

II.4 Applications (2)

- Dièdre : réflexions successives sur 2 miroirs faisant un angle α entre eux $\Rightarrow$ rotation du rayon réfléchi de 2α .

Si $\alpha = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$: équerre optique !

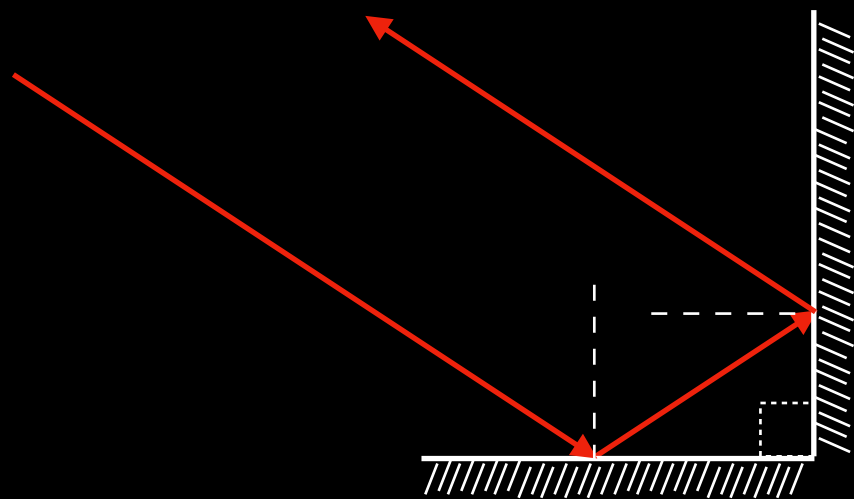


II - Réflexion & miroir plan

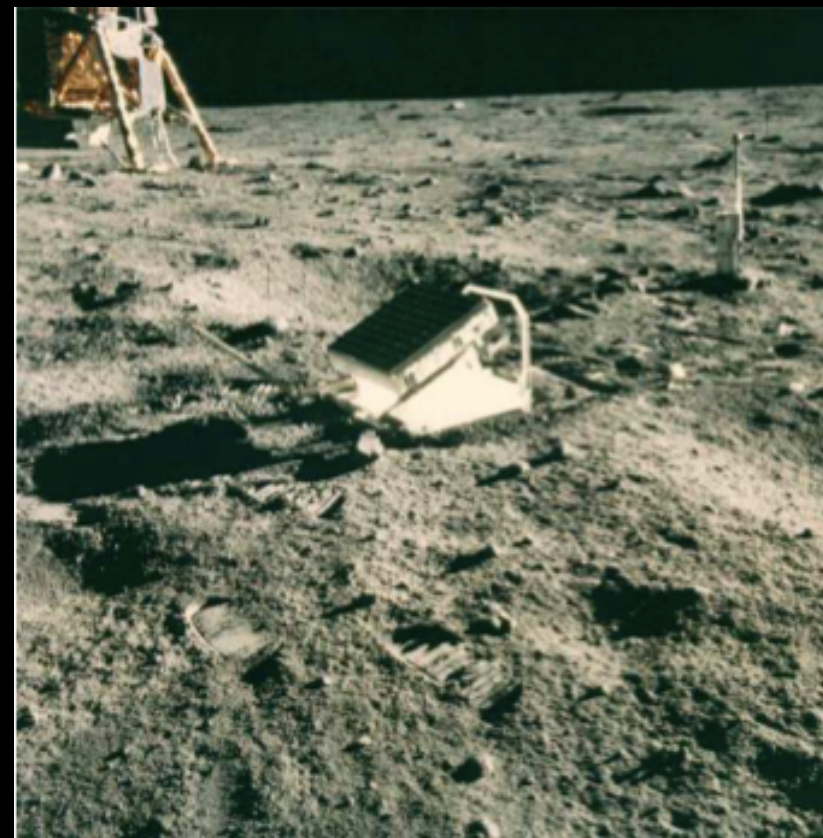
II.4 Applications (3)

- Dièdre : réflexions successives sur 2 miroirs faisant un angle α entre eux $\Rightarrow$ rotation du rayon réfléchi de 2α .

Si $\alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 180^\circ$: rayon réfléchi parallèle au rayon incident !



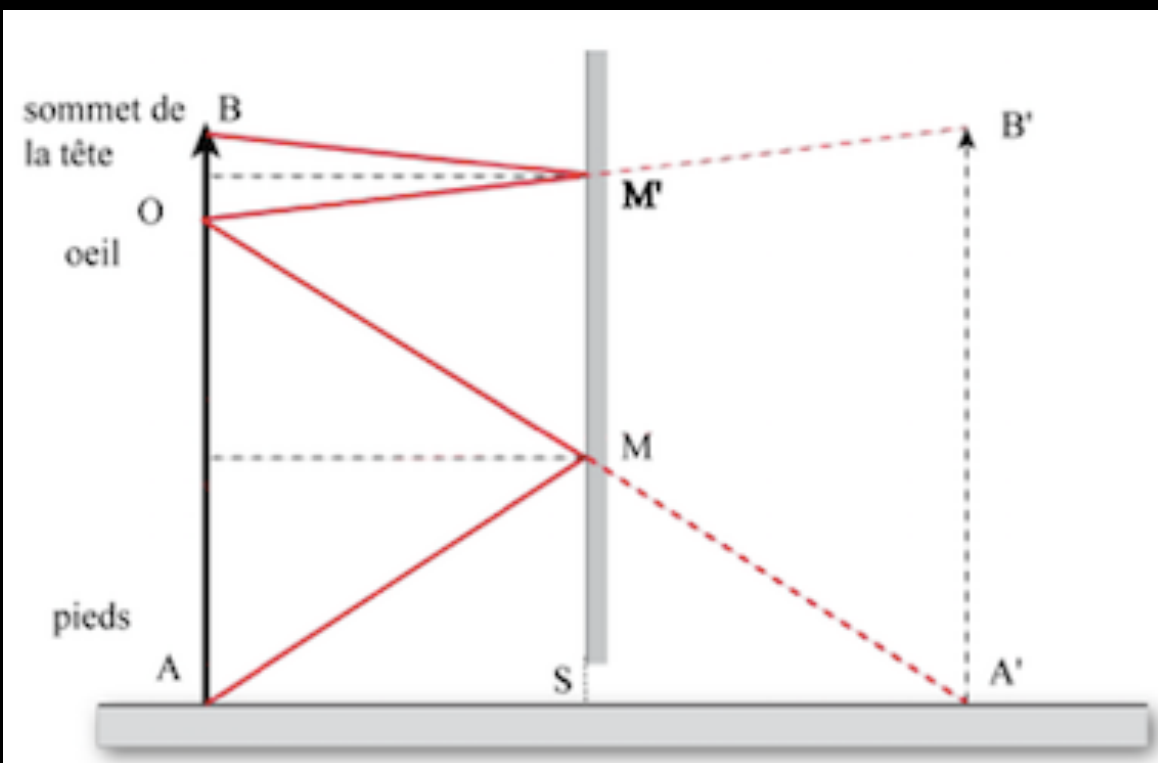
À 3D il s'agit d'un coin de cube, comme ceux installés sur la Lune pour mesurer avec un laser tiré depuis la Terre (par ex. à Calern) la distance Terre-Lune.



II - Réflexion & miroir plan

II.4 Applications (4)

- Positionnement d'un miroir plan : Une personne mesurant 1,6 m désire acheter un miroir lui permettant de se voir en entier dans celui-ci... Son œil est situé à 10cm du sommet de sa tête.
=> Quelle doit être la taille du miroir et à quelle hauteur doit-il être positionné ? Y a-t-il une distance à respecter ?



M est sur la médiatrice de OA et M' sur celle de OB , donc :

$$MS = \frac{OA}{2} = \frac{1.6 - 0.1}{2} = 0.75 \text{ m}$$

$$M'S = AB - \frac{OB}{2} = 1.6 - \frac{0.1}{2} = 1.55 \text{ m}$$

$$\Rightarrow MM' = M'S - MS = 1.55 - 0.75 = 0.8 \text{ m}$$

Le miroir doit mesurer 80cm et être positionné à 75cm de hauteur ; il n'y a pas de distance particulière à respecter.

II - Réflexion & miroir plan

II.5 Conclusion

- Loi de la réflexion : $r = i$
- Le miroir plan est rigoureusement stigmatique
- Point objet réel $A \rightarrow$ point image virtuel A'
- $\overline{HA} = -\overline{HA'}$

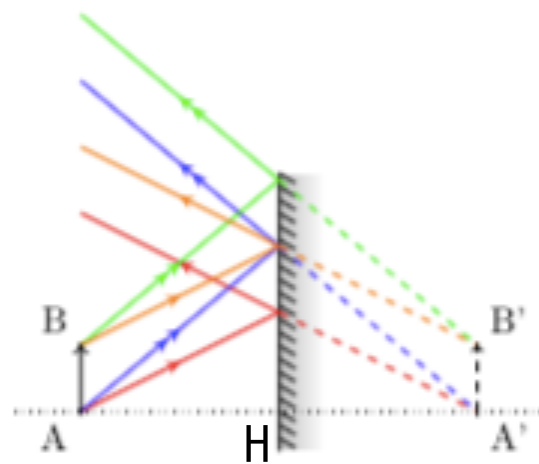


FIGURE : Image d'un objet transverse

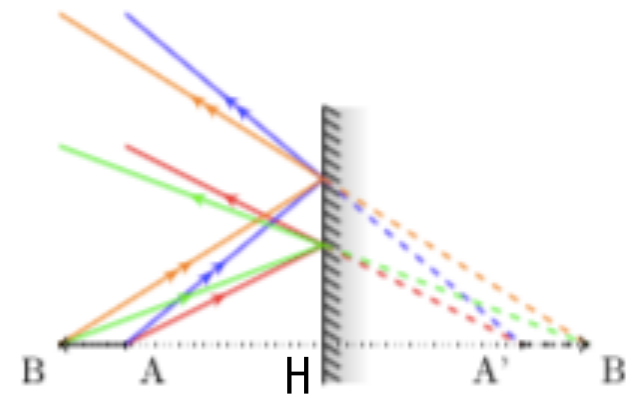


FIGURE : Image d'un objet axial

- Grandissement transverse :

$$\gamma_{\text{trans.}} = \frac{A'B'}{AB} = +1$$

- Grandissement longitudinal :

$$\gamma_{\text{long.}} = \frac{A'B'}{AB} = -1$$

(profondeur renversée)

III - Réfraction & dioptre plan

III.1 Introduction

- Dioptre plan : surface plane qui sépare deux MHTI d'indices différents. Par exemple : la surface d'un verre d'eau, séparant l'air (dessus) et l'eau (dessous).

air (n_{air})

eau (n_{eau})

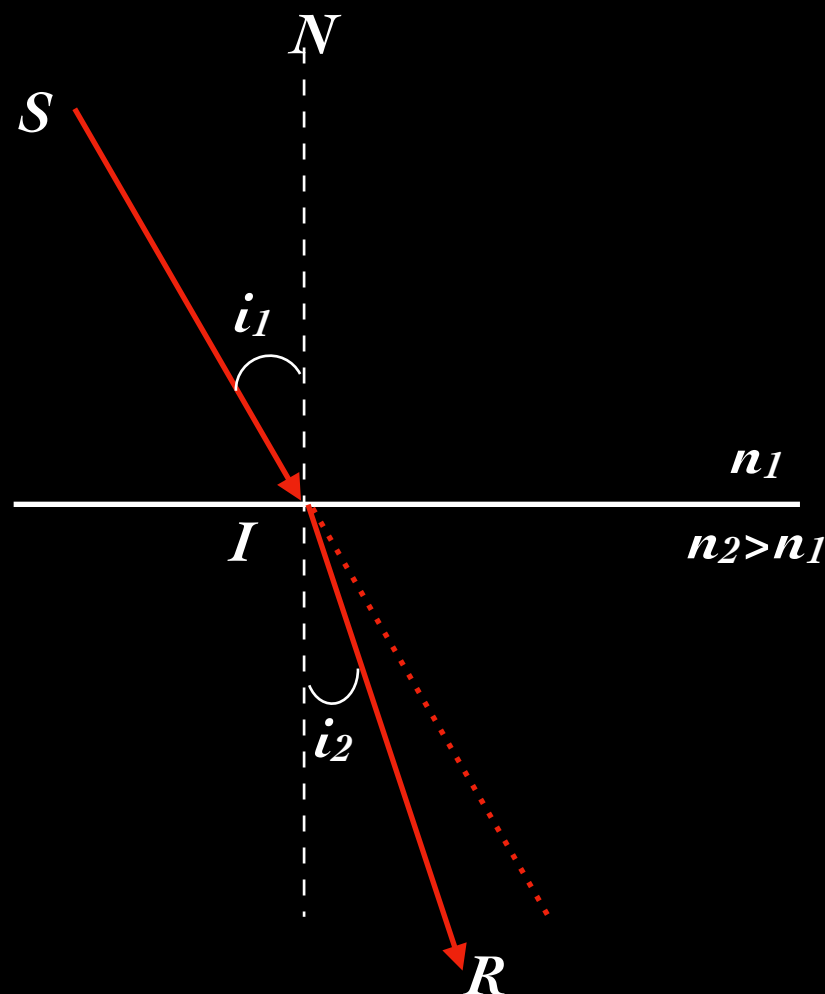


Crédit : B. Mollier

III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (1)

- Loi de la réfraction = deuxième loi de Snell-Descartes



. (IR) est dans le même plan que (SI)

$$. n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

. incidence presque normale ($\Rightarrow$ petits angles)
 $\Rightarrow \sin(i_1) \approx i_1 \Rightarrow i_2 = n_1/n_2 i_1$ (loi de Kepler)

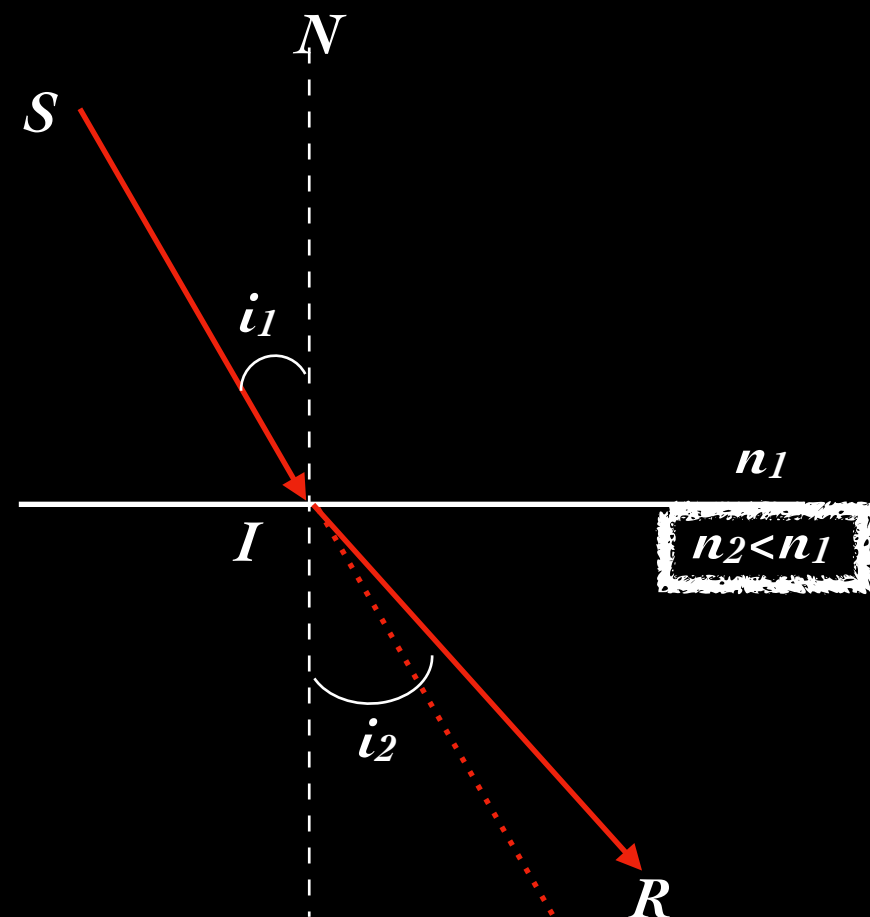
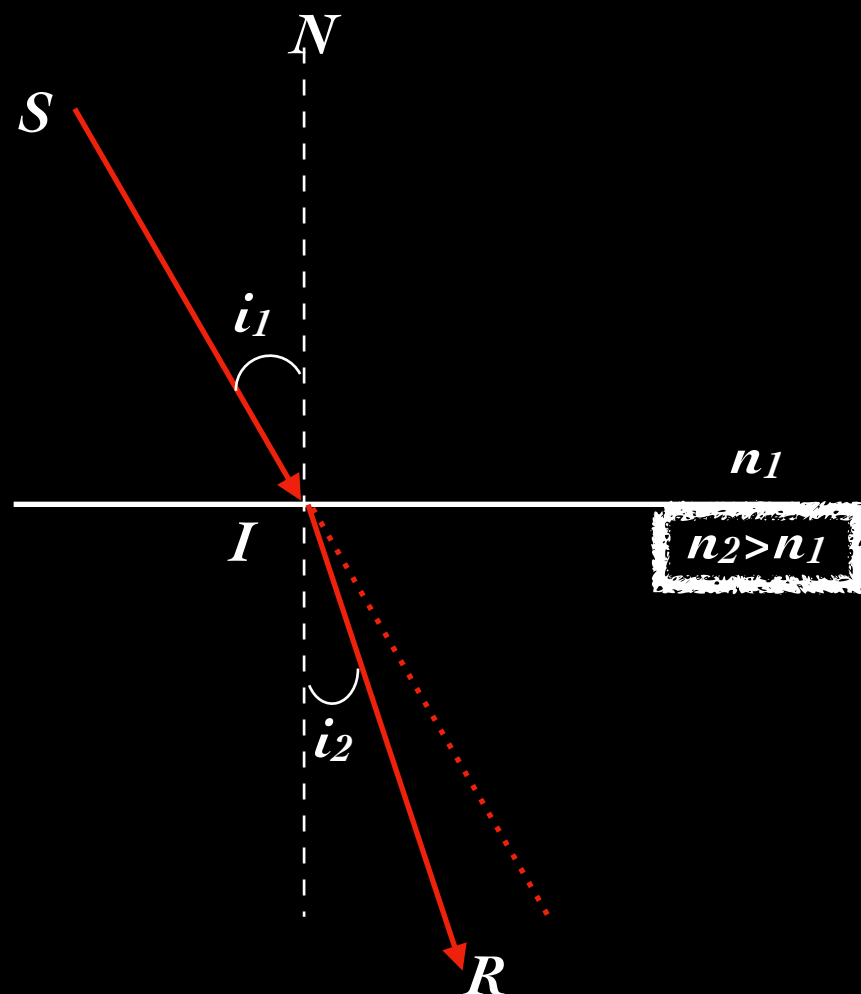
. là aussi : conforme au principe de Fermat
et au principe de retour inverse de la lumière

. Plus n est grand, plus le milieu est réfringent

III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (2)

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

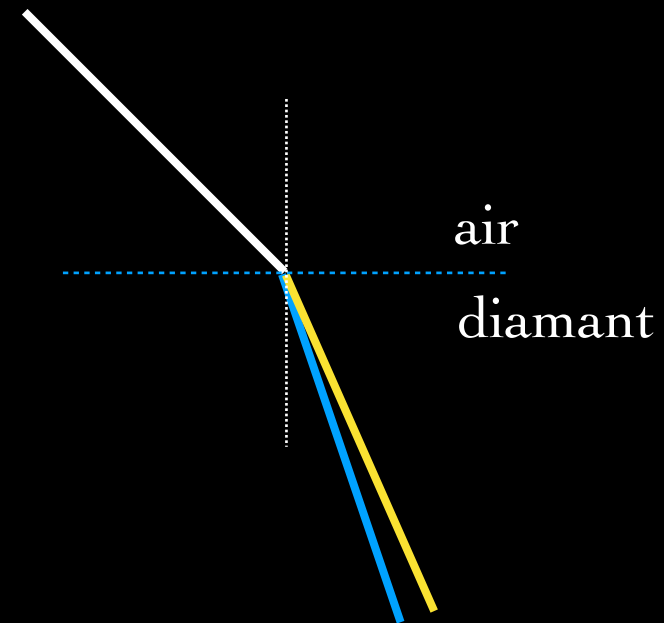


III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (3)

- Exemple d'application : le diamant

Le diamant a un indice de 2.435 pour le bleu (à 486 nm) et un indice de 2.417 pour le jaune (à 589 nm). Un faisceau de lumière blanche tombe sur le diamant avec un angle d'incidence de 45° . Déterminer l'angle que le rayon bleu et le rayon jaune, réfractés, forment entre eux à l'intérieur du diamant.



III - Réfraction & dioptre plan

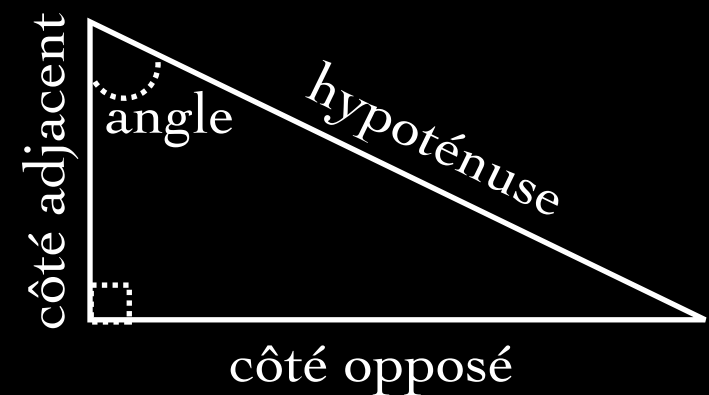
III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (4)

- (Rappels de trigonométrie)

$\sin(\text{angle}) = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse}$

$\cos(\text{angle}) = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse}$

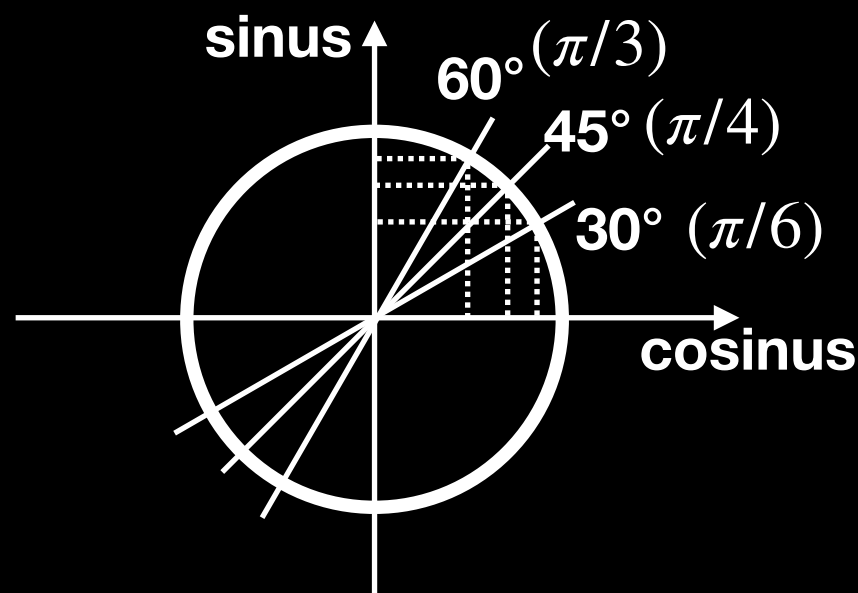
$\tan(\text{angle}) = \sin/\cos = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent}$



$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0.707$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 0.866$$



$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 0.866$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0.707$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} = 0.5$$

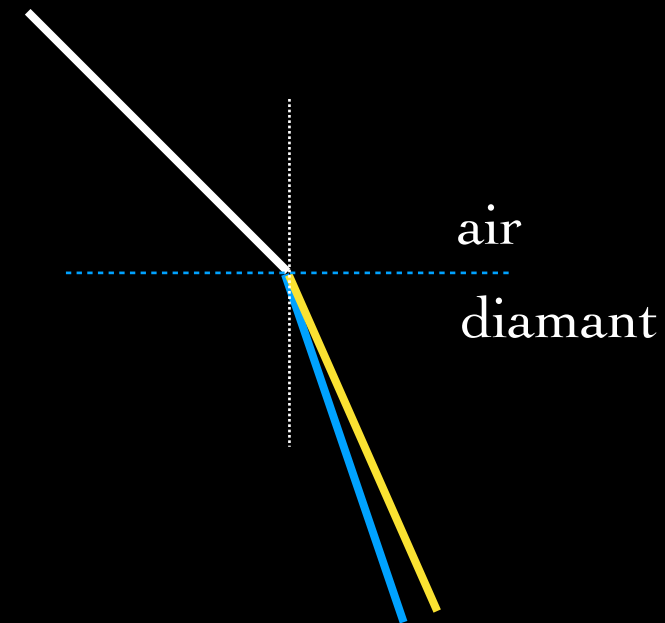
$$\text{et donc : } \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \simeq 0.577; \tan \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1; \tan \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3} \simeq 1.732$$

III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (5)

- Exemple d'application : le diamant (suite)

Le diamant a un indice de 2.435 pour le bleu (à 486 nm) et un indice de 2.417 pour le jaune (à 589 nm). Un faisceau de lumière blanche tombe sur le diamant avec un angle d'incidence de 45° . Déterminer l'angle que le rayon bleu et le rayon jaune, réfractés, forment entre eux à l'intérieur du diamant.



$$\text{On a ici : } 1 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = n_J \cdot \sin r_J, \text{ et : } 1 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = n_B \cdot \sin r_B$$

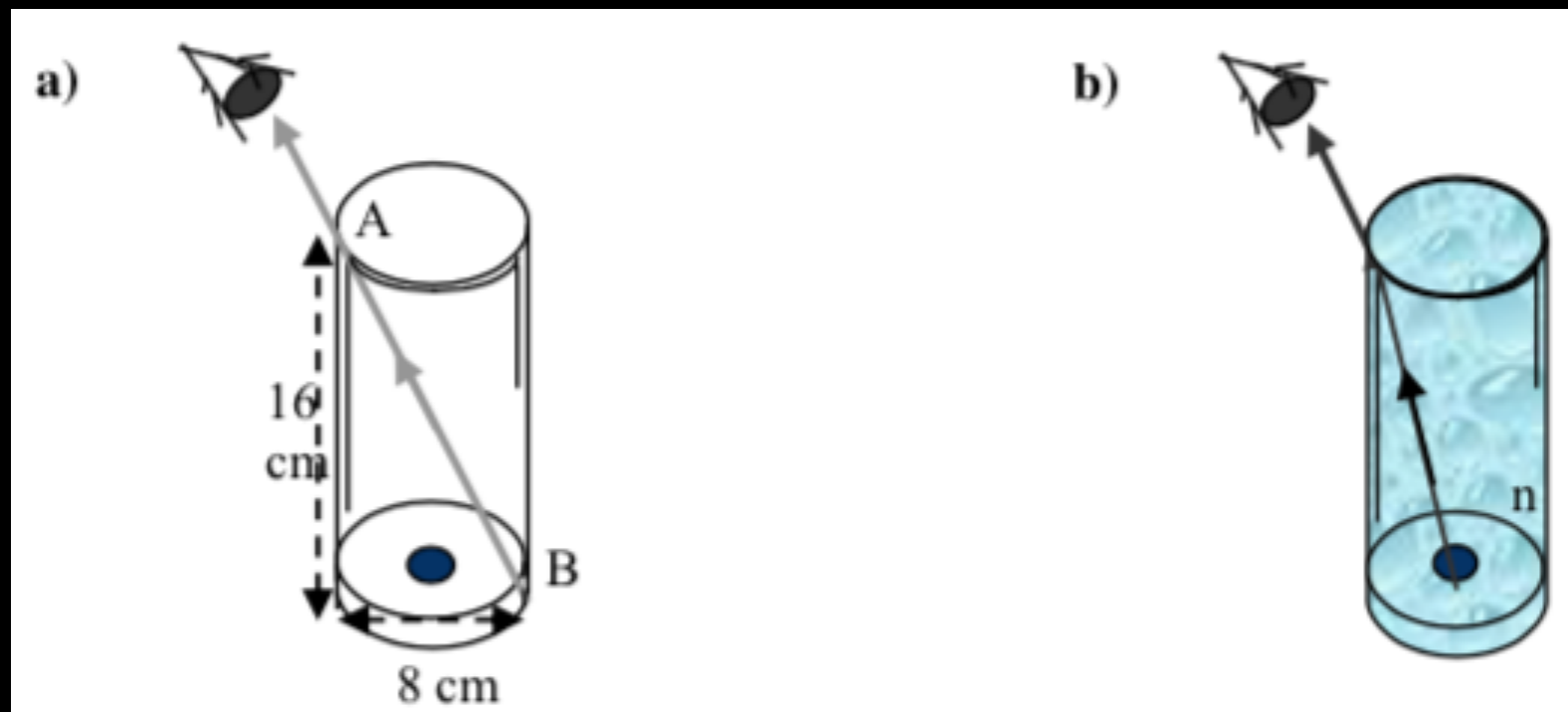
$$\text{donc : } \sin r_B = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{n_B} \Rightarrow r_B = \arcsin \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{n_B} = \arcsin \frac{\sqrt{2}/2}{2.435} \simeq 0.2946 \text{ rad} \Rightarrow r_B \simeq 16.88^\circ$$

$$\text{et : } r_J = \arcsin \frac{\sqrt{2}/2}{2.417} \simeq 0.2969 \text{ rad} \Rightarrow r_J \simeq 17.01^\circ, \text{ donc : } \Delta r = r_J - r_B \simeq 0.13^\circ$$

III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (6)

- Exemple d'application : une pièce au fond d'un verre

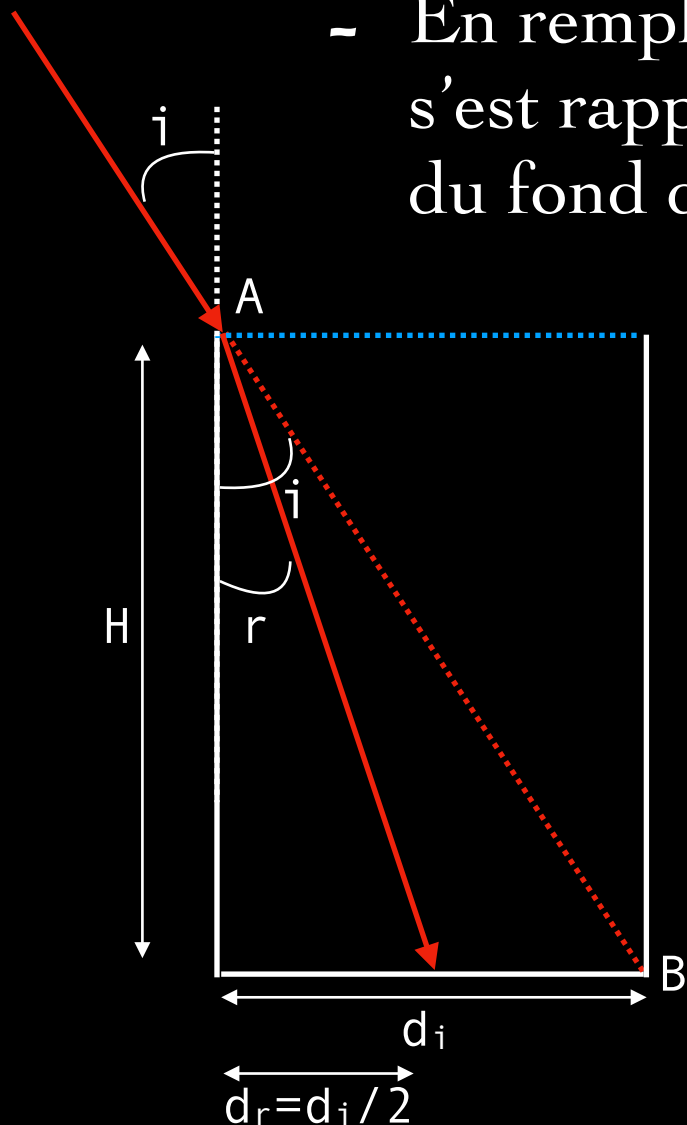


- L'œil est aligné avec A et B et le verre n'est pas transparent => on ne voit donc pas la pièce au fond du verre. Puis on remplit le verre d'un liquide transparent et la pièce devient visible. Pourquoi ? Quel est l'indice de réfraction de ce liquide transparent ?

III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (7)

- Exemple d'application : une pièce au fond d'un verre (suite)
- En remplissant le verre, et grâce à la réfraction, le rayon immergée s'est rapproché de la normale de manière à ce que l'on voit le centre du fond du verre.



- On a : $\sin i = n \sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r}$

- Mais aussi : $\tan i = \frac{d_i}{H} \Rightarrow i = \arctan \frac{d_i}{H}$

- Et : $\tan r = \frac{d_r}{H} = \frac{d_i}{2H} \Rightarrow r = \arctan \frac{d_i}{2H}$

- Donc :
$$n = \frac{\sin \left(\arctan \frac{d_i}{H} \right)}{\sin \left(\arctan \frac{d_i}{2H} \right)}$$

A.D. : $[d_i/H]=1$; $[d_i/2H]=1$; $[n]=1$

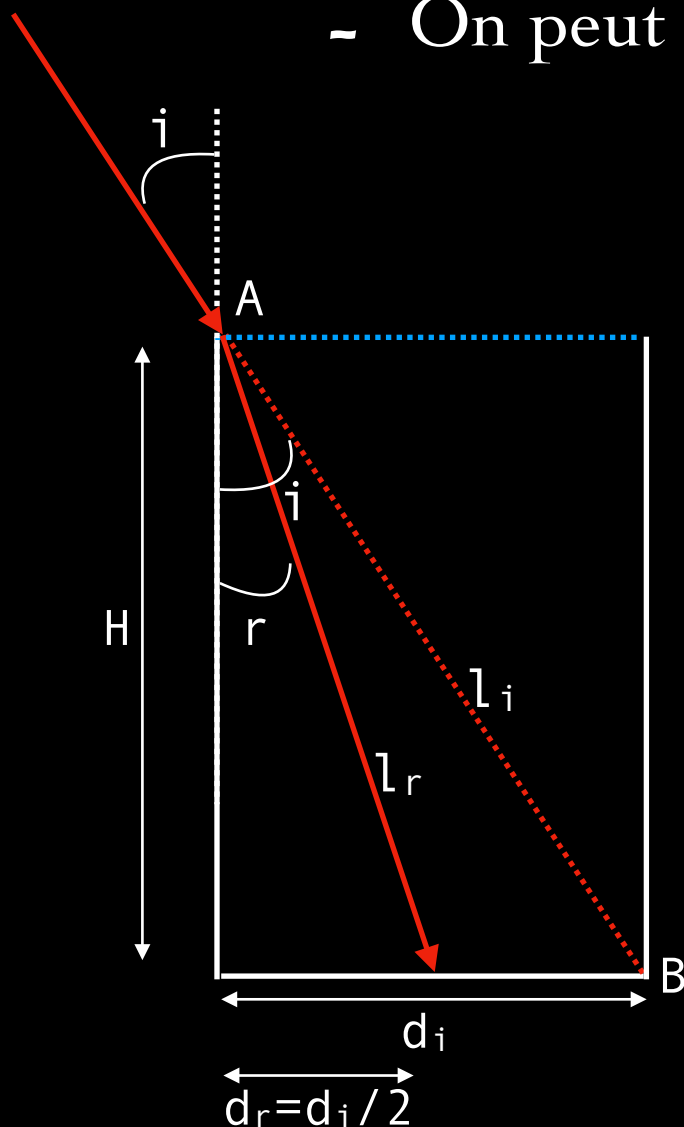
A.N. : $n \approx 1.844$

=> ce n'est pas de l'eau ! ($n \approx 1.33$)

III - Réfraction & dioptre plan

III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (8)

- Exemple d'application : une pièce au fond d'un verre (suite+)
- On peut aussi utiliser la définition du sinus pour $\sin i$ et $\sin r$:



- On a : $\sin i = n \sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r}$

- Mais aussi : $\sin i = \frac{d_i}{l_i}$ avec : $l_i = \sqrt{d_i^2 + H^2}$

- Et : $\sin r = \frac{d_r}{l_r} = \frac{d_i}{2 l_r}$, avec : $l_r = \sqrt{(d_i/2)^2 + H^2}$

- Donc : $n = 2 \sqrt{\frac{d_i^2/4 + H^2}{d_i^2 + H^2}}$ A.D. : $[d_i^2] = L^2$; $[H^2] = L^2$; $[n] = 1$
A.N. : $n \approx 1.844$
 $\Rightarrow$ (forcément!) même résultat.

III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (1)

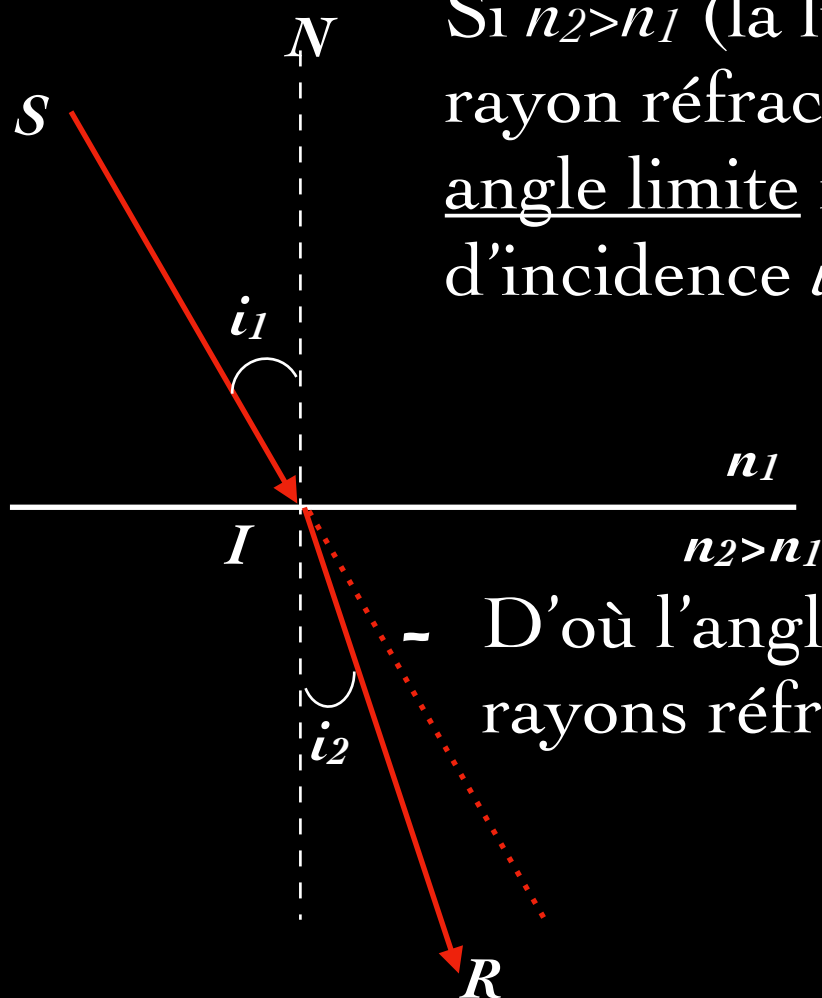
- Angle de réfraction limite

Si $n_2 > n_1$ (la lumière va vers un milieu plus réfringent), on a $i_2 < i_1$ (le rayon réfracté se rapproche de la normale) $\Rightarrow$ il existe dans ce cas un angle limite maximum de réfraction pour i_2 , correspondant à un angle d'incidence i_1 de 90° (i.e. $\pi/2$ radians). On a alors :

$$i_1 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_2 \rightarrow \frac{n_1}{n_2}$$

- D'où l'angle de réfraction limite au-delà duquel il n'existe pas de rayons réfractés, défini par :

$$\sin \Lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \Lambda_2 = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$$



III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (2)

- Angle de réfraction limite : air/verre et eau/verre

Déterminer l'angle de réfraction limite dans le verre ($n=1.5$), s'il est plongé dans l'air ($n=1$), et s'il est plongé dans l'eau ($n=1.33$).

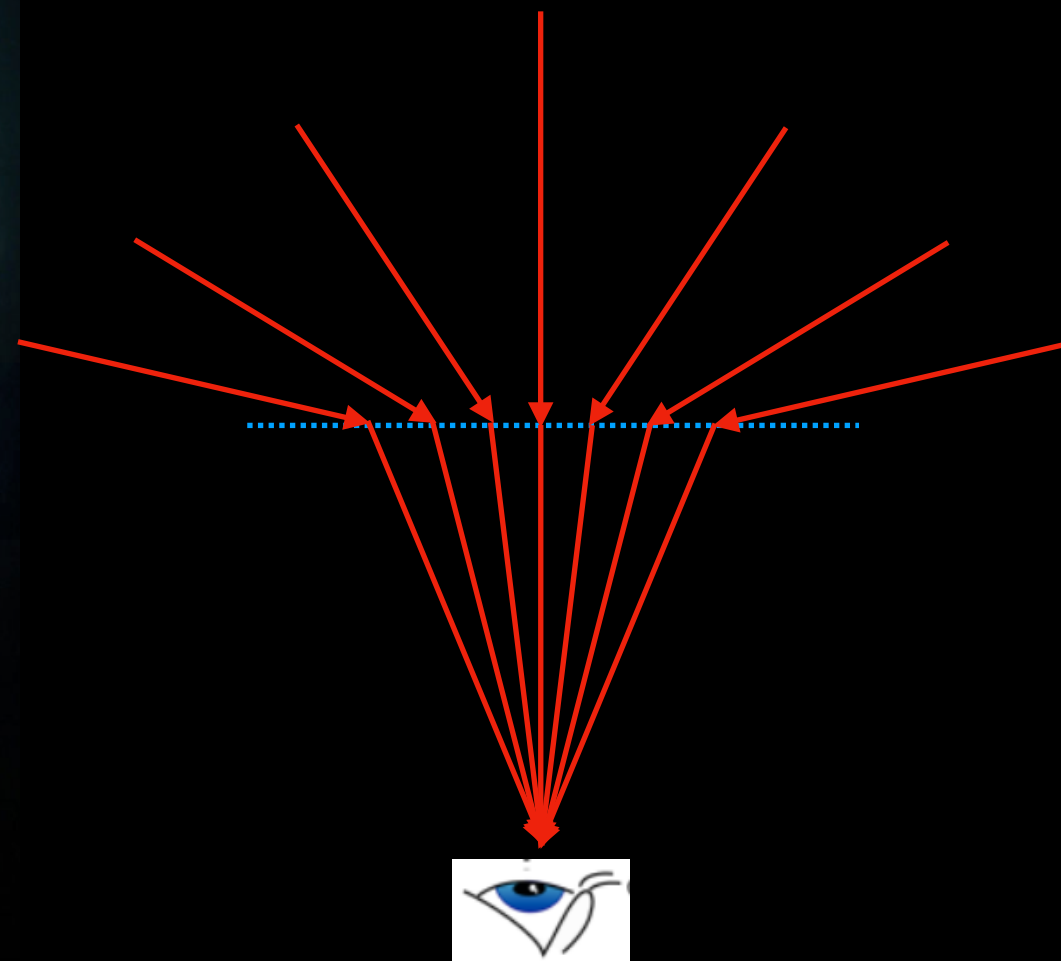
$$\Lambda_{\text{air/verre}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1}{1.5} \simeq 0.7297 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/verre}} \simeq 41.8^\circ$$

$$\Lambda_{\text{eau/verre}} = \arcsin \frac{n_{\text{eau}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1.33}{1.5} \simeq 1.0901 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{eau/verre}} \simeq 62.5^\circ$$

III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (3)

- Angle de réfraction limite : air/eau (fenêtre de Snell)



$$\text{ici : } \Lambda_{\text{air/eau}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/eau}} \simeq 48.8^\circ$$

III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (4)

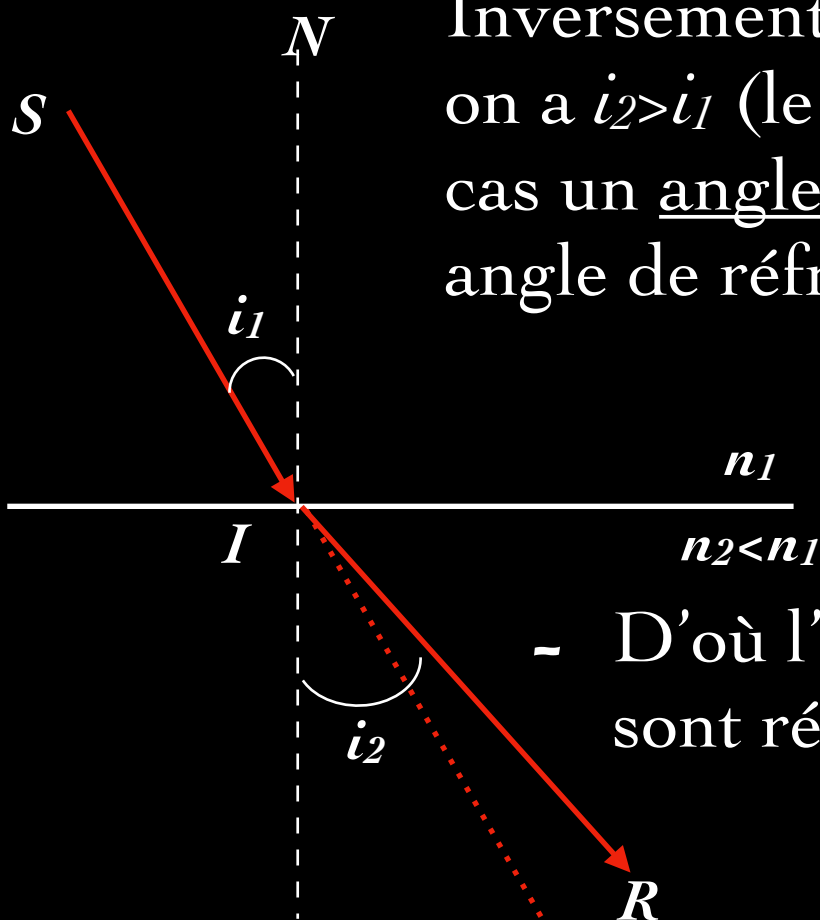
- Angle de réflexion totale

Inversement, si $n_2 < n_1$ (la lumière va vers un milieu moins réfringent), on a $i_2 > i_1$ (le rayon réfracté s'éloigne de la normale) => il existe dans ce cas un angle limite maximum d'incidence pour i_1 , correspondant à un angle de réfraction de 90° . On a alors :

$$i_2 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_1 \rightarrow \frac{n_2}{n_1}$$

- D'où l'angle de réflexion totale au-delà duquel les rayons incidents sont réfléchis et ne pénètrent pas le milieu n_2 , défini par :

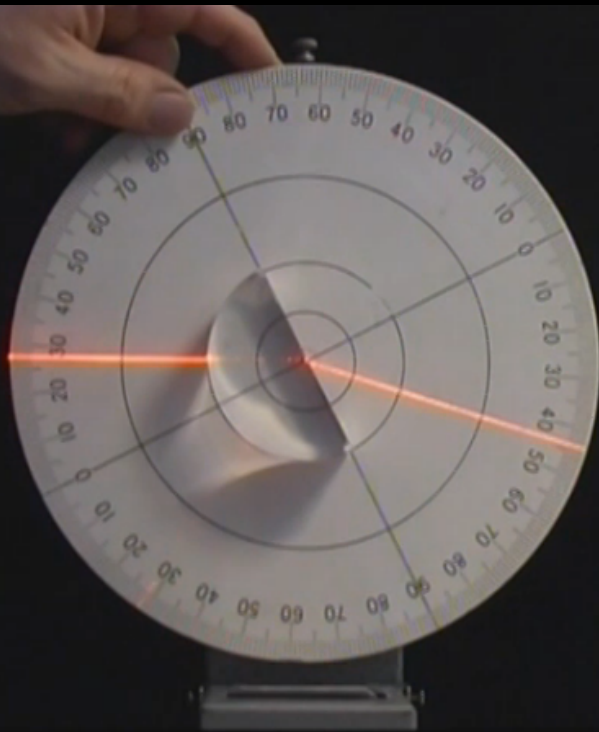
$$\sin \Lambda_1 = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \Lambda_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$



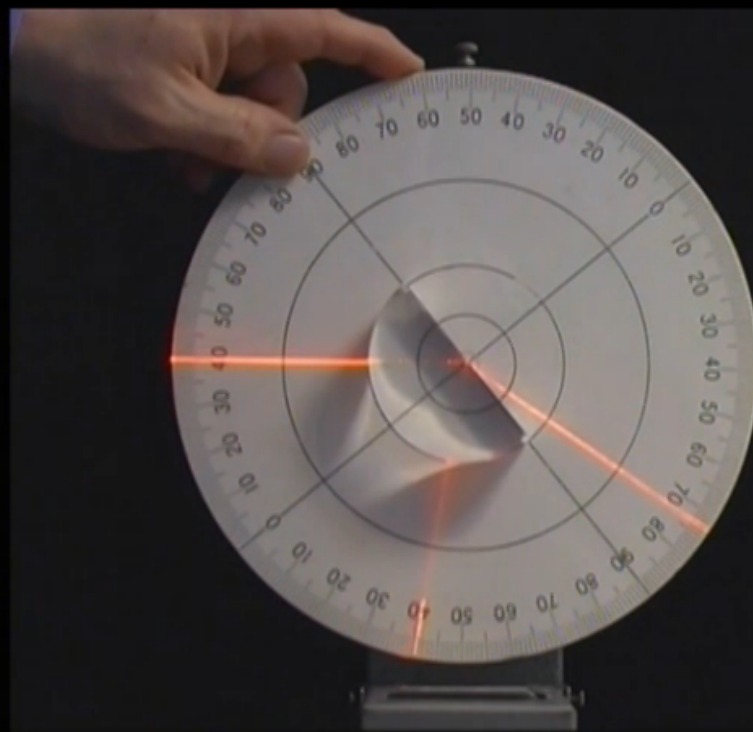
III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (5)

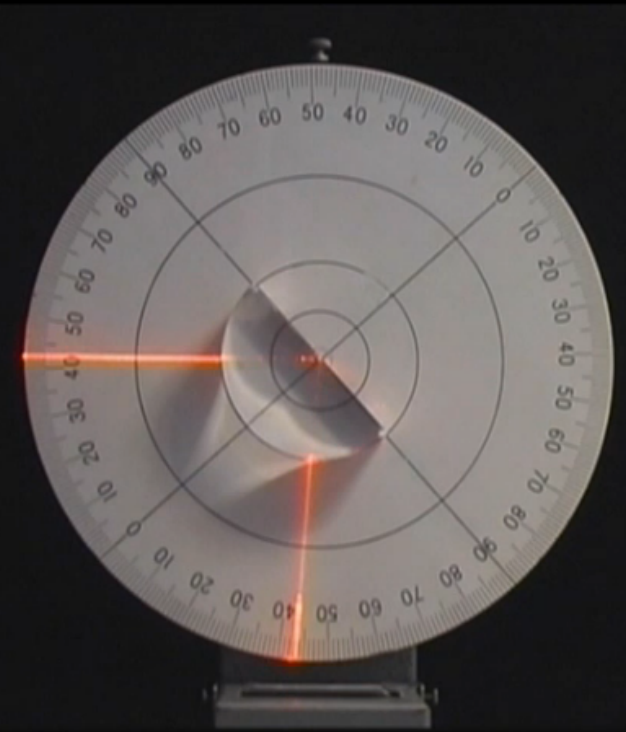
- Angle de réflexion totale : verre/air



réfraction



≈ angle limite



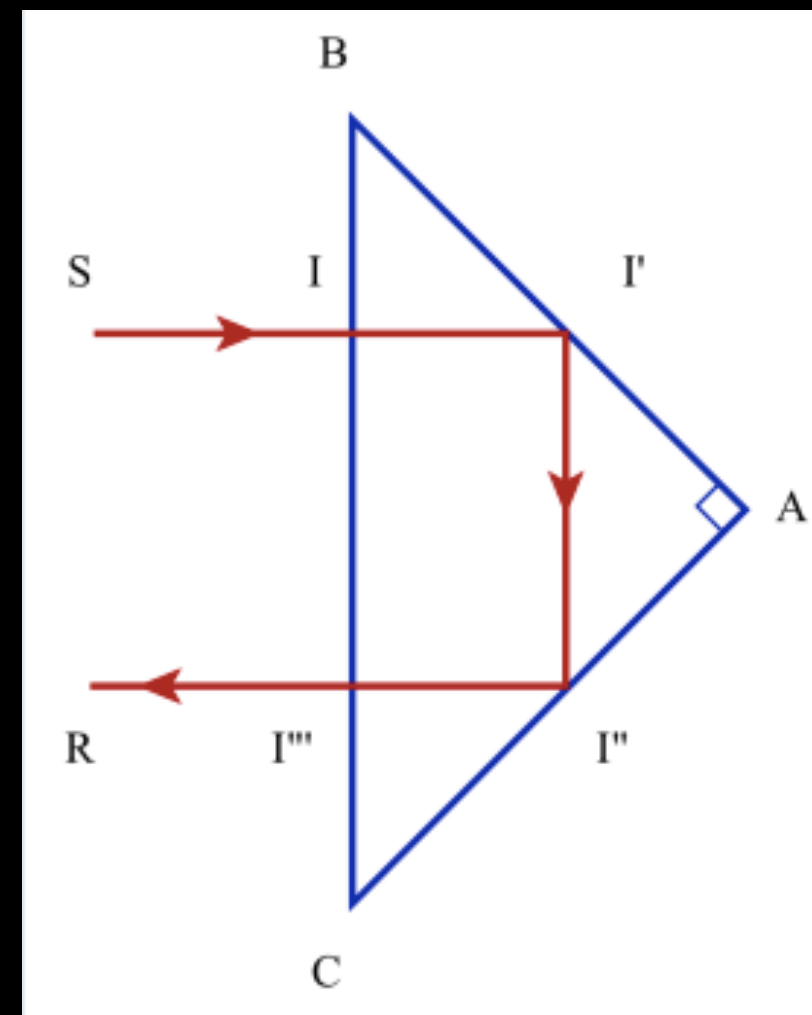
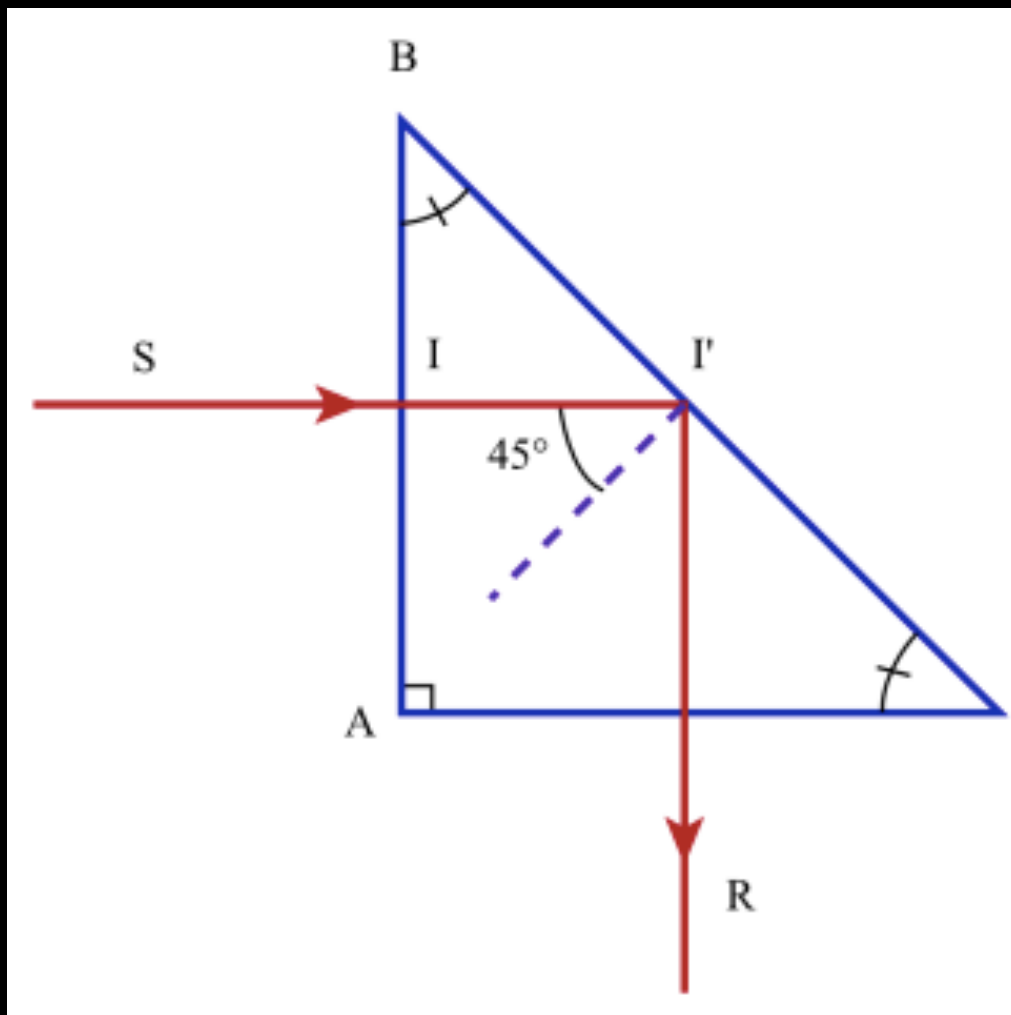
réflexion totale

rappel : $\Lambda_{\text{verre/air}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1}{1.5} \simeq 0.7297 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{verre/air}} \simeq 41.8^\circ$

III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (6)

- Angle de réflexion totale : verre/air (prisme à réflexion totale)

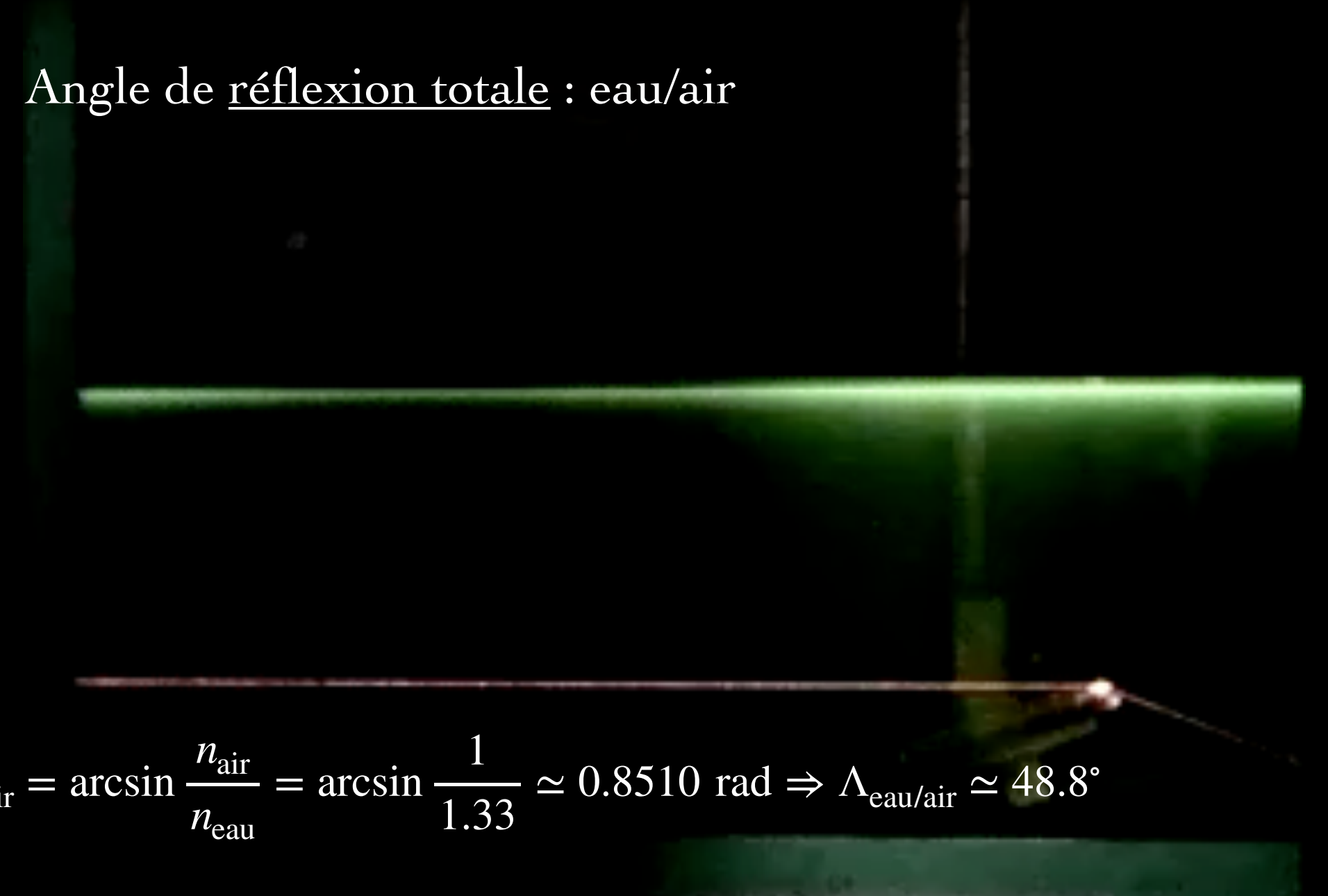


rappel : $\Lambda_{\text{verre/air}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1}{1.5} \simeq 0.7297 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{verre/air}} \simeq 41.8^\circ$

III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (7)

- Angle de réflexion totale : eau/air



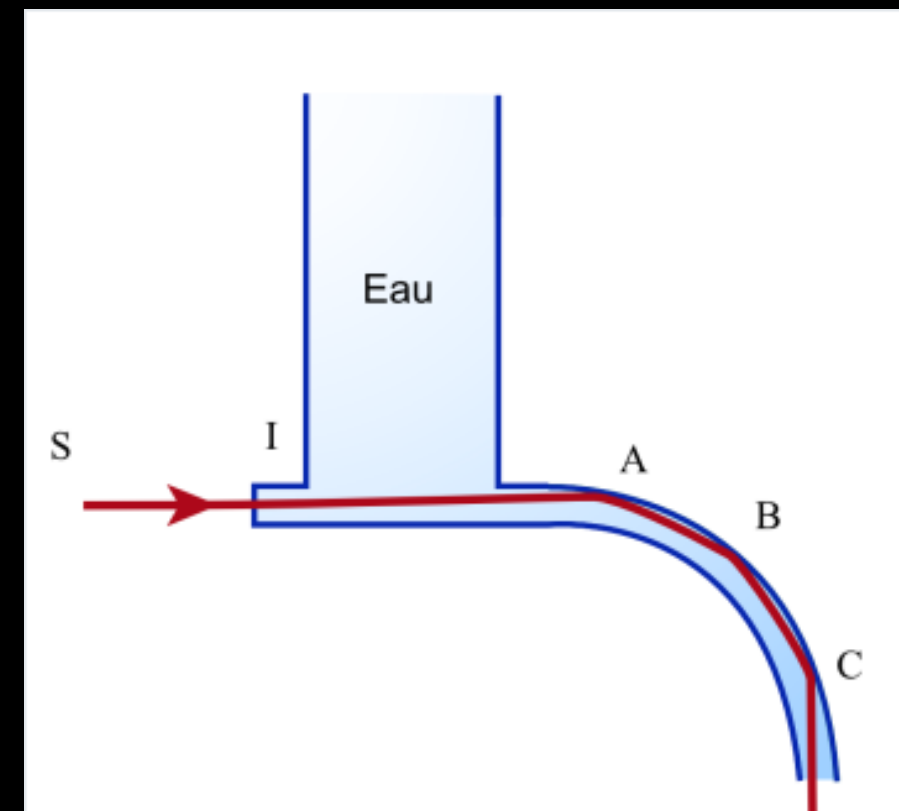
rappel : $\Lambda_{\text{eau/air}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{eau/air}} \simeq 48.8^\circ$

III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (8)

- Angle de réflexion totale : eau/air (fontaine lumineuse)

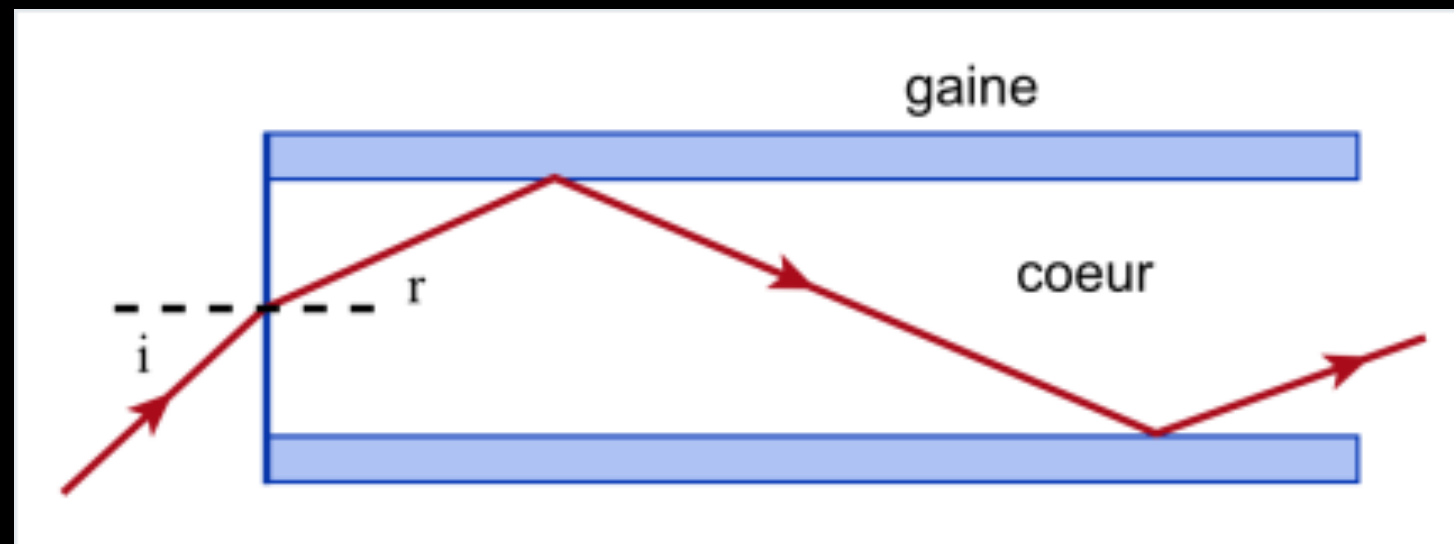
rappel : $\Lambda_{\text{eau/air}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{eau/air}} \simeq 48.8^\circ$



III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (9)

- Angle de réflexion totale : fibre optique (sur le même principe)



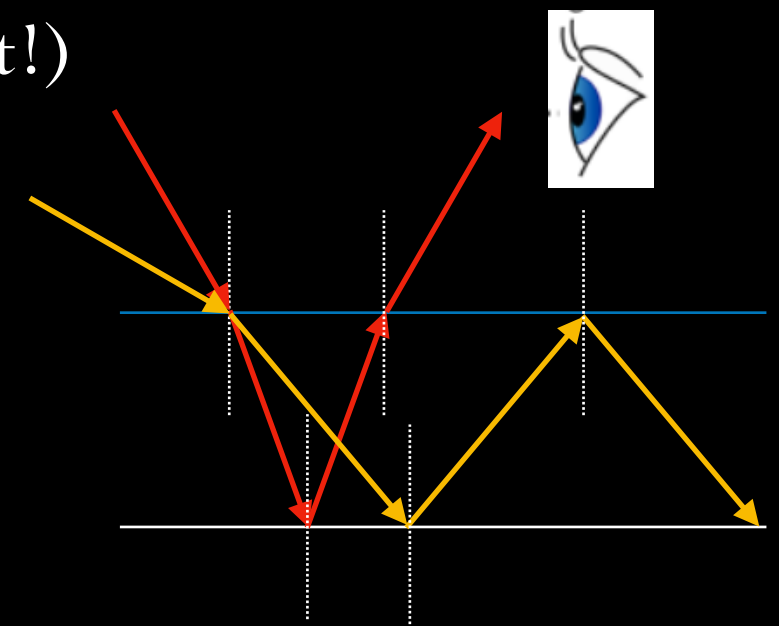
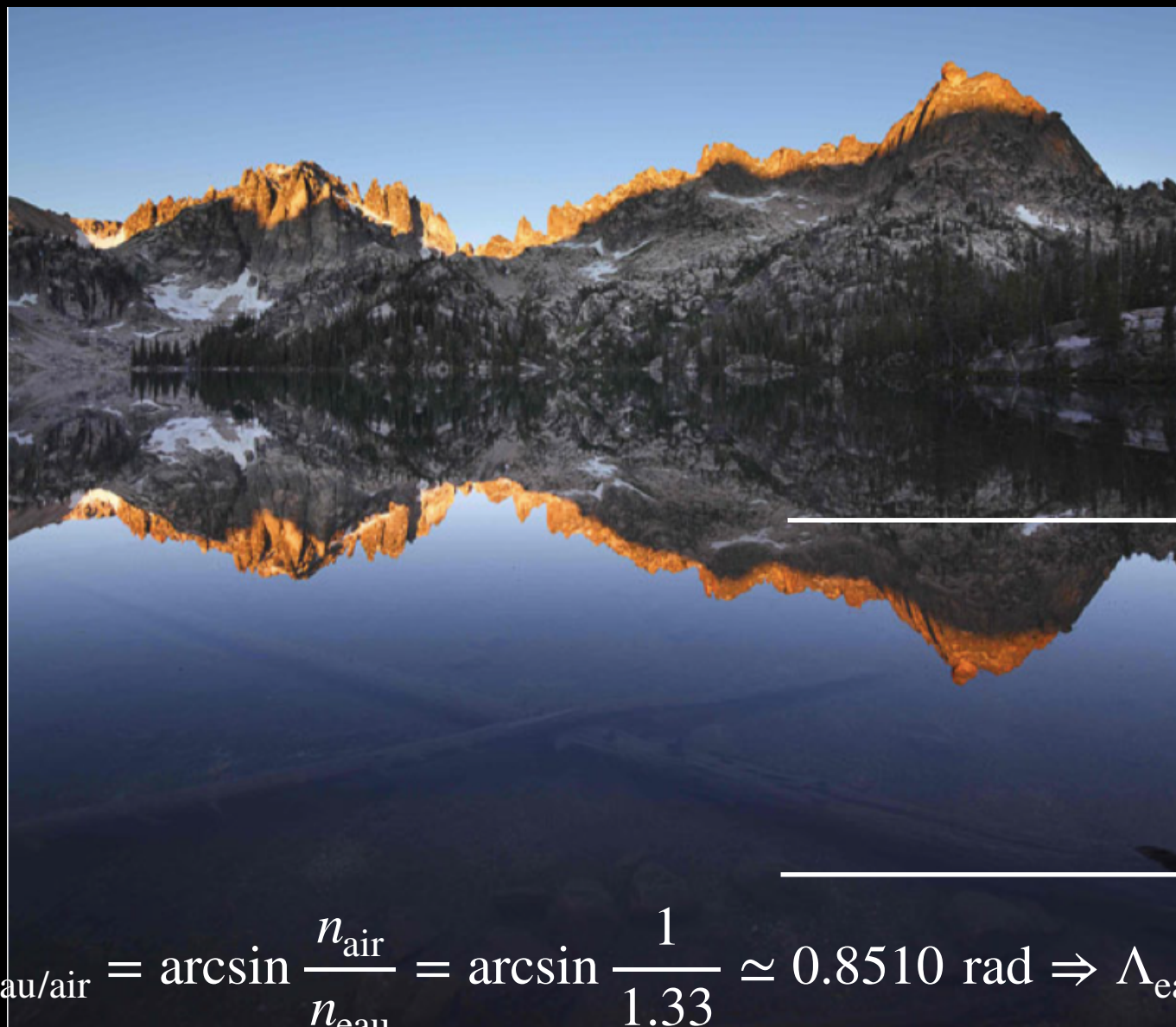
III - Réfraction & dioptre plan

III.3 Angles limites (10)

- Angle de réflexion totale : eau/air (vue du haut!)

panorama

lac



pas de réfraction
(que de la réflexion)

réfraction
(et un peu de réflexion)

rappel : $\Lambda_{\text{eau/air}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{eau/air}} \simeq 48.8^\circ$

III - Réfraction & dioptre plan

III.4 Image (1)

- Stigmatisme : le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace, on parle de stigmatisme approché.

=> Le dioptre plan est approximativement stigmatique pour tout point situé à distance finie, à condition que les rayons émis et réfractés soient peu inclinés par rapport à la normale au dioptre.

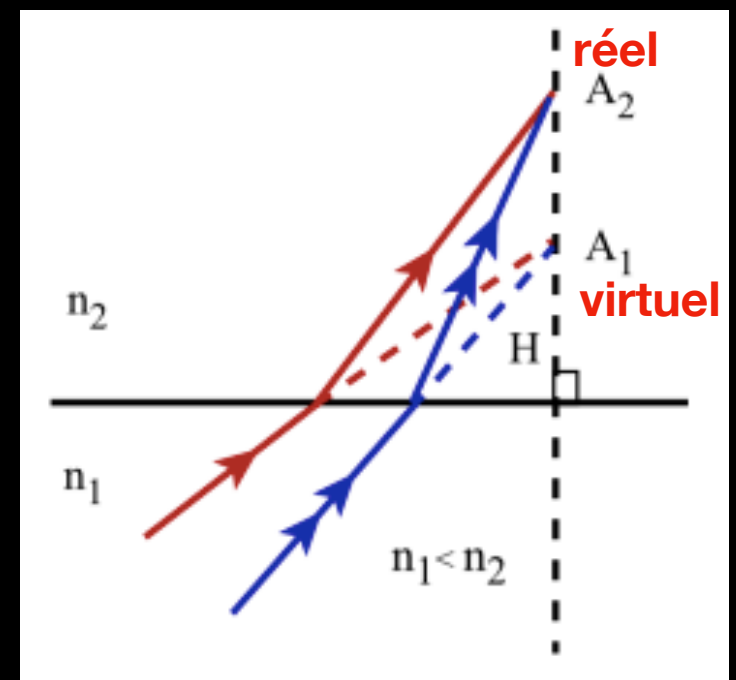
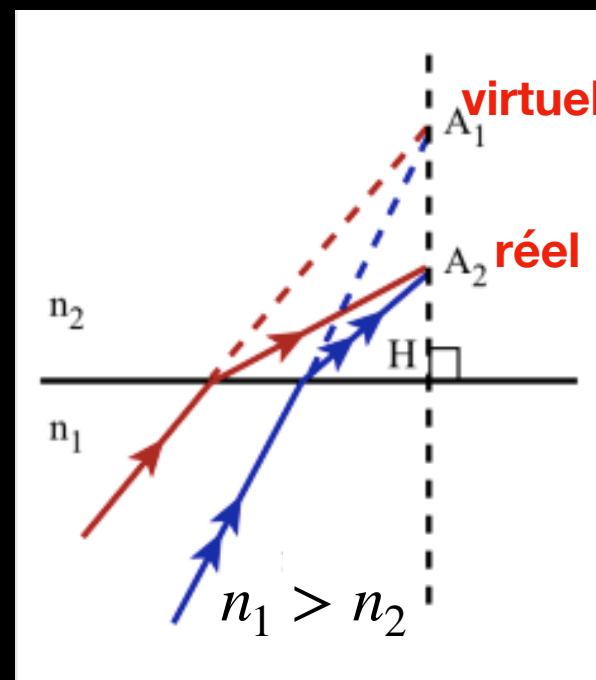
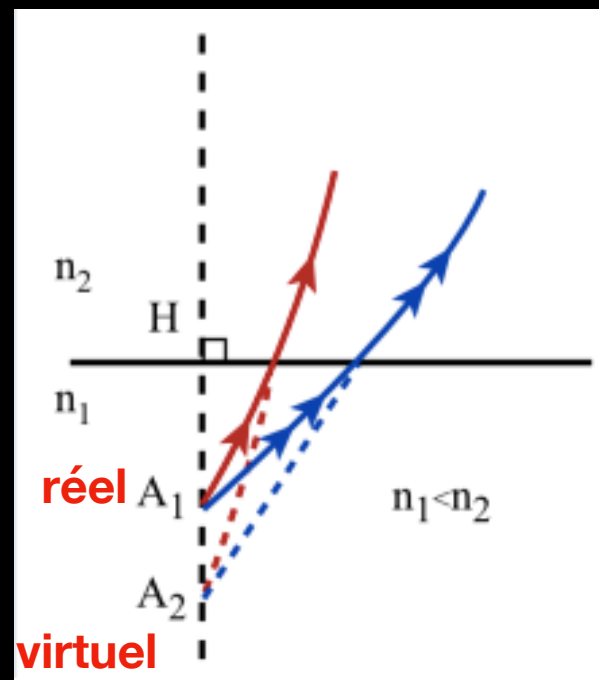
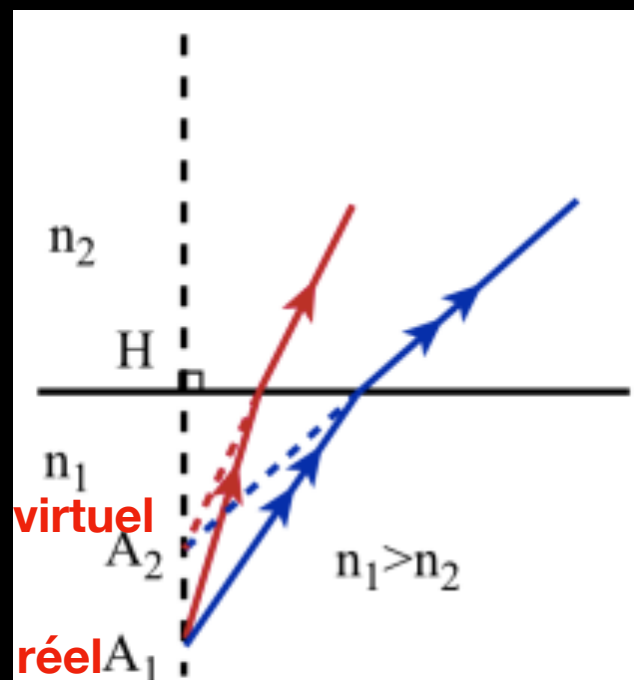
Ce sont les conditions de Gauss, conditions dans lesquelles nous nous plaçons dorénavant (rayons paraxiaux).

III - Réfraction & dioptre plan

III.4 Image (2)

- Formule de conjugaison du dioptre plan (dans les conditions de Gauss)

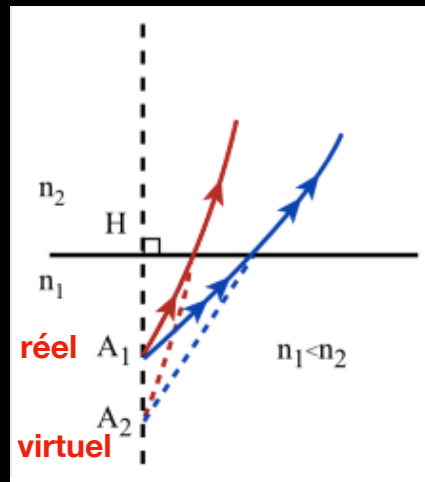
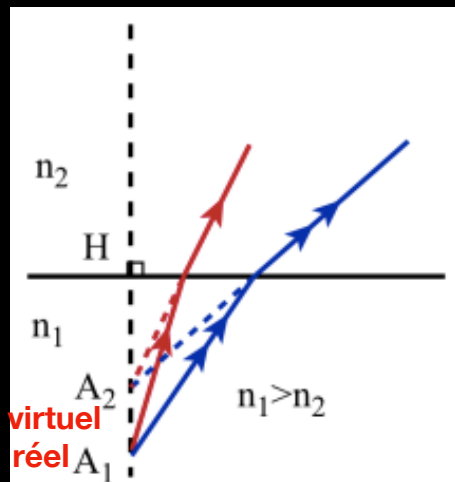
$$\frac{n_1}{\overline{HA_1}} = \frac{n_2}{\overline{HA_2}}$$



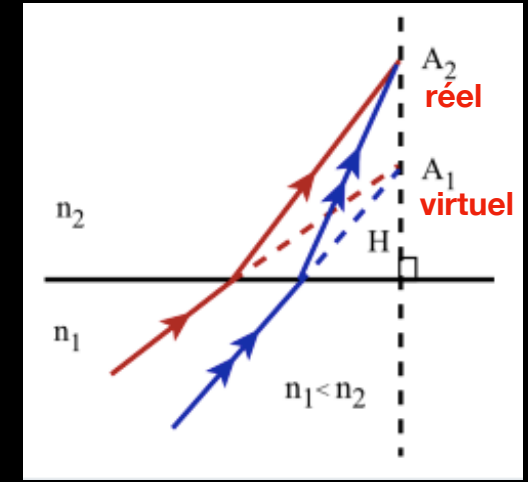
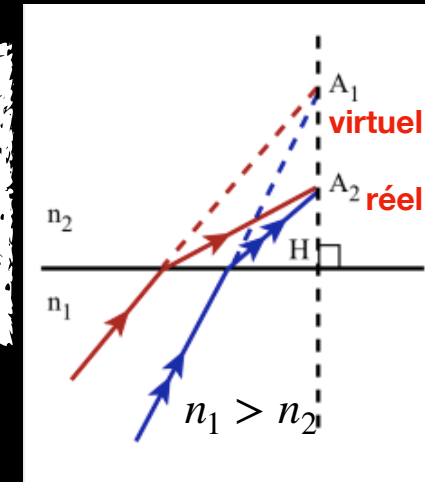
III - Réfraction & dioptre plan

III.4 Image (3)

- Formule de conjugaison du dioptre plan (suite)



$$\frac{n_1}{\overline{HA_1}} = \frac{n_2}{\overline{HA_2}}$$



- . n_1 et n_2 forcément positifs $\Rightarrow \overline{HA_1}$ et $\overline{HA_2}$ toujours de même signe
 $\Rightarrow A_1$ et A_2 toujours du même côté du dioptre
- . A_1 et A_2 toujours situés sur la même normale au dioptre
- . A_1 et A_2 toujours de nature différente (l'un réel, l'autre virtuel)
- . $n_1 > n_2 \Rightarrow \overline{HA_1} > \overline{HA_2} \Rightarrow A_1$ plus éloigné du dioptre que A_2
- . $n_2 > n_1 \Rightarrow \overline{HA_2} > \overline{HA_1} \Rightarrow A_2$ plus éloigné du dioptre que A_1