

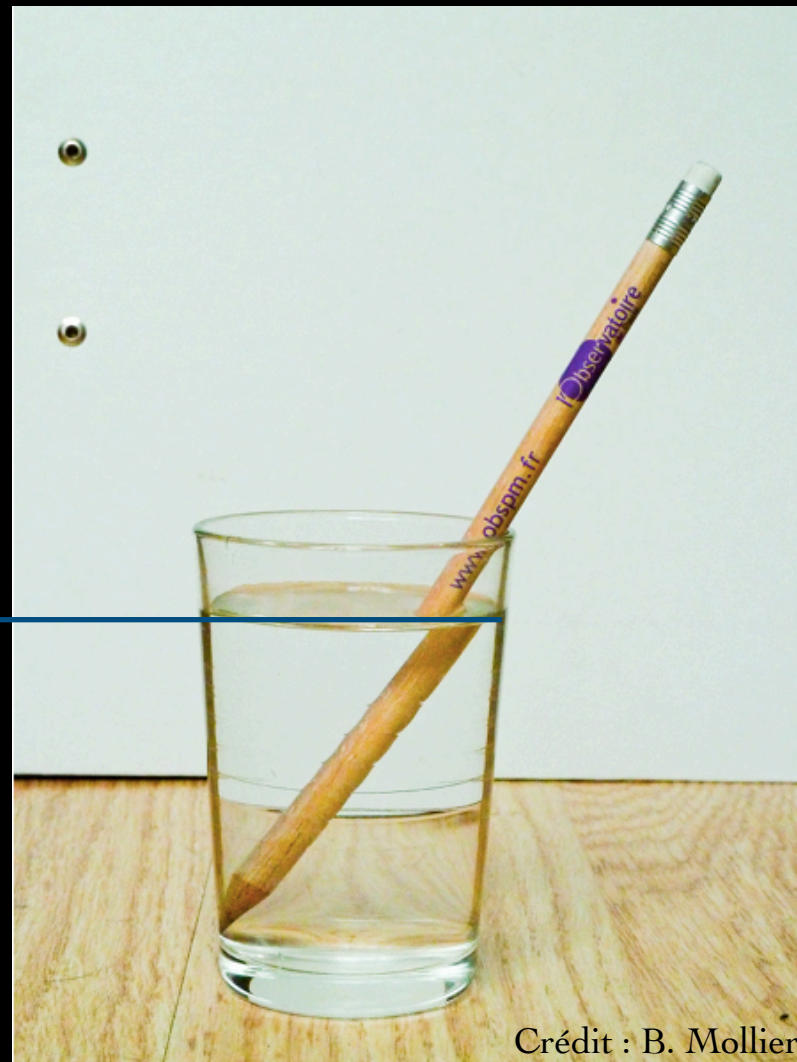
# III - Réfraction & dioptre plan

## III.1 Introduction

- Dioptre plan : surface plane qui sépare deux MHTI d'indices différents. Par exemple : la surface d'un verre d'eau, séparant l'air (dessus) et l'eau (dessous).

air ( $n_{air}$ )

eau ( $n_{eau}$ )

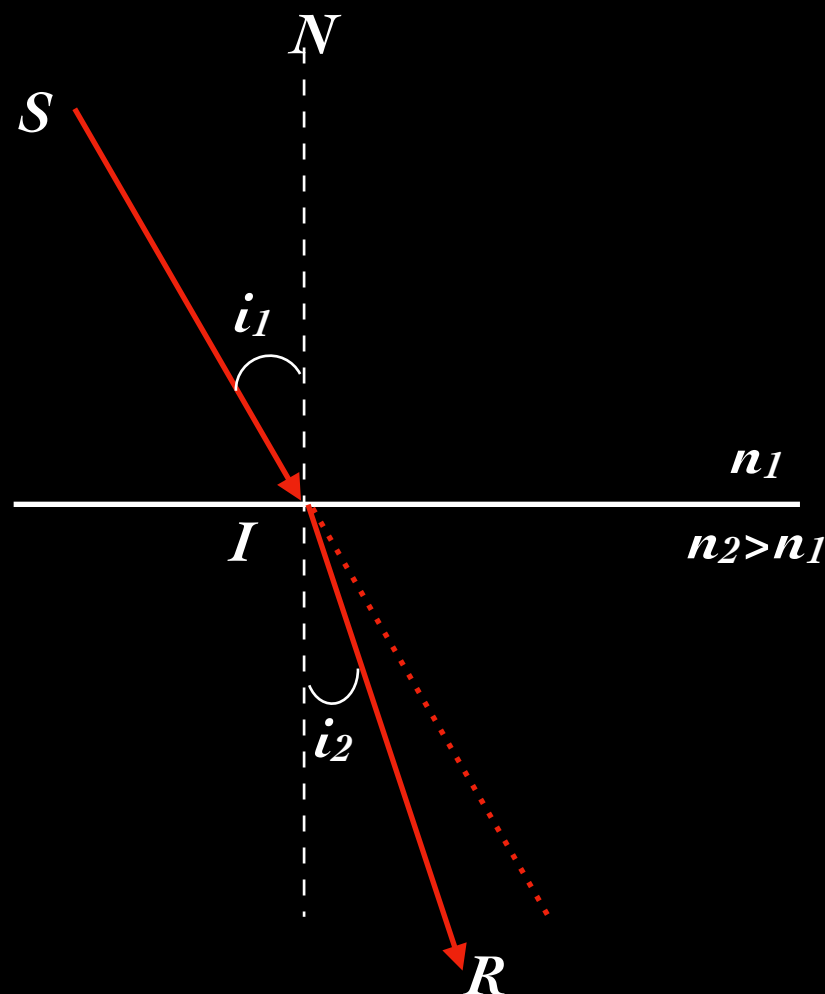


Crédit : B. Mollier

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (1)

- Loi de la réfraction = deuxième loi de Snell-Descartes



- .  $(IR)$  est dans le même plan que  $(SI)$

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

- . incidence presque normale ( $\Rightarrow$  petits angles)  
 $\Rightarrow \sin(i_1) \approx i_1 \Rightarrow i_2 = n_1/n_2 i_1$  (loi de Kepler)

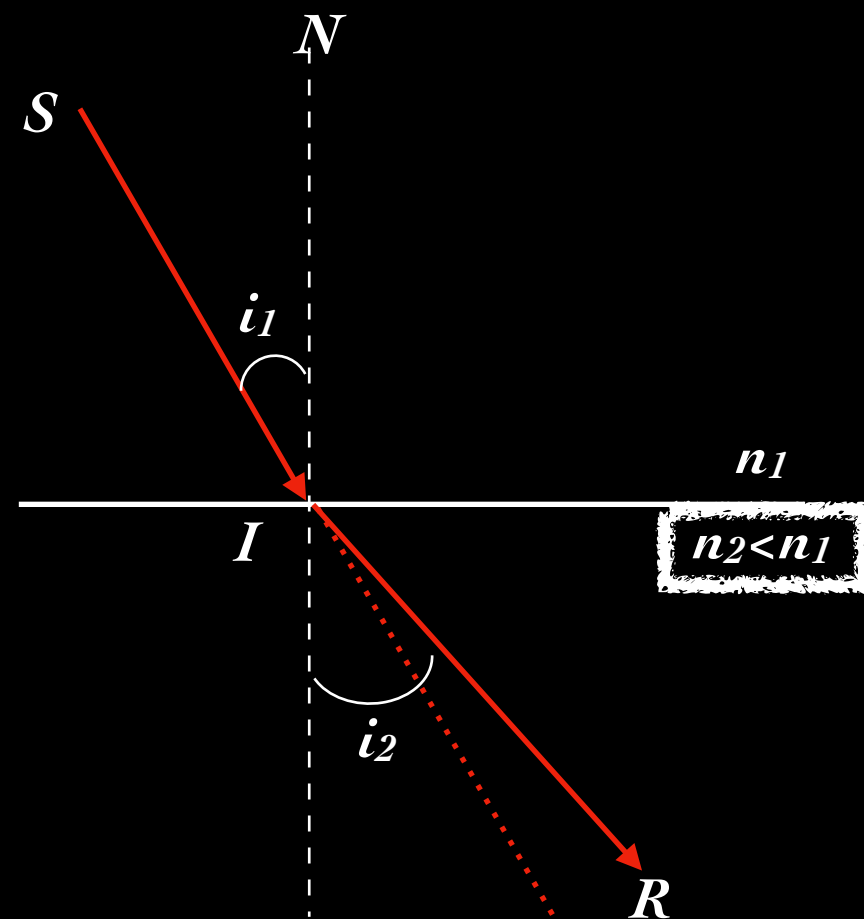
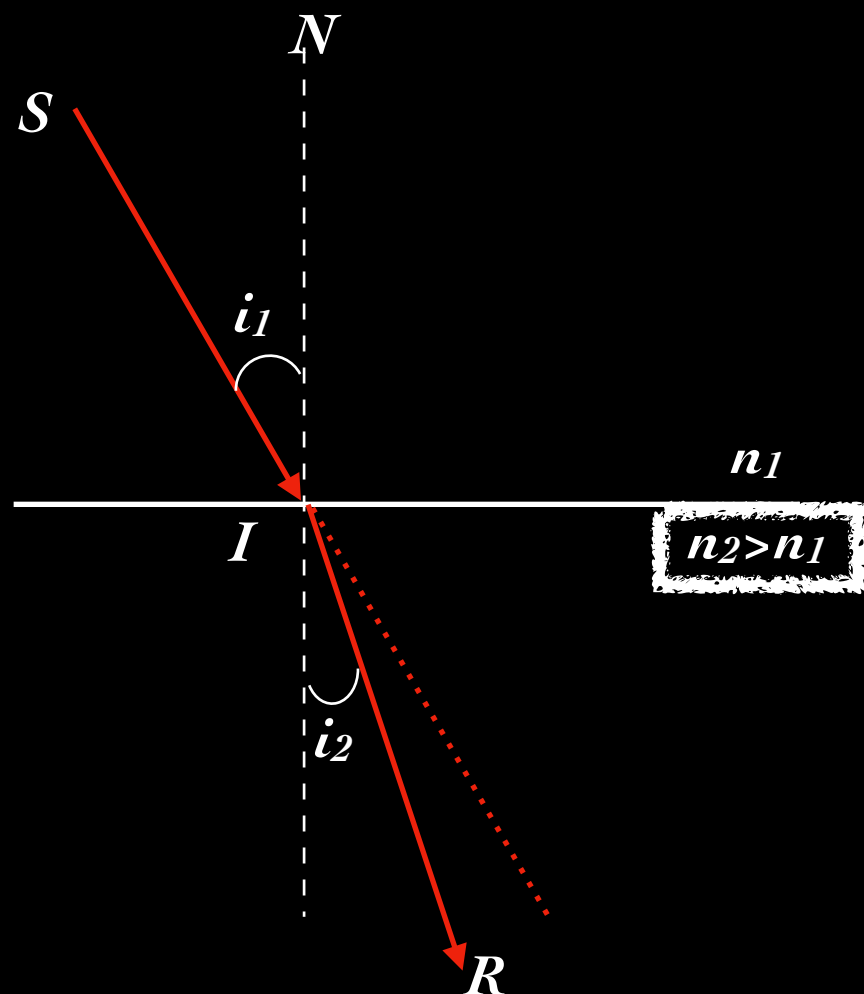
- . là aussi : conforme au principe de Fermat et au principe de retour inverse de la lumière

- . Plus  $n$  est grand, plus le milieu est réfringent

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (2)

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

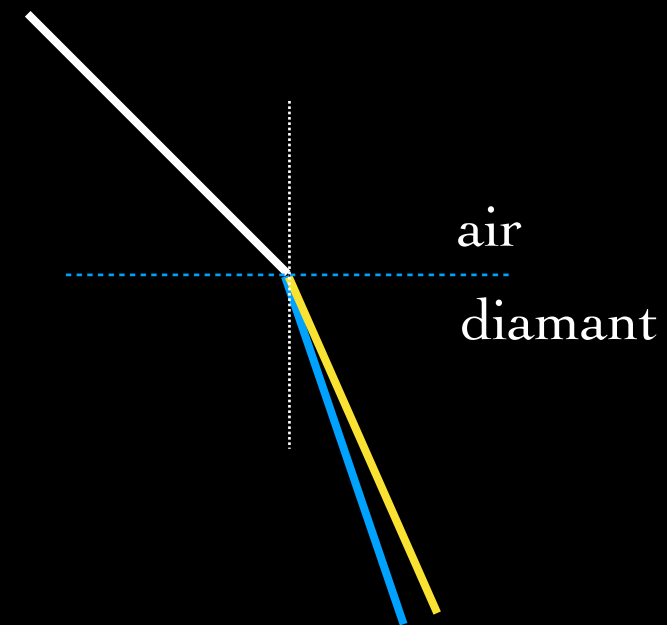


# III - Réfraction & dioptre plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (3)

- Exemple d'application : le diamant

Le diamant a un indice de 2.435 pour le bleu (à 486 nm) et un indice de 2.417 pour le jaune (à 589 nm). Un faisceau de lumière blanche tombe sur le diamant avec un angle d'incidence de  $45^\circ$ . Déterminer l'angle que le rayon bleu et le rayon jaune, réfractés, forment entre eux à l'intérieur du diamant.



# III - Réfraction & dioptre plan

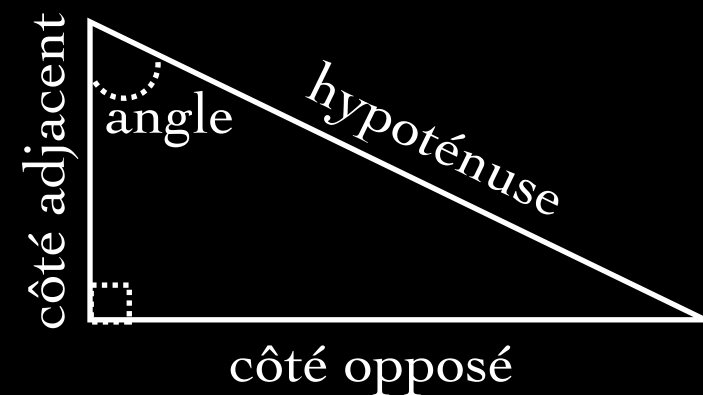
## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (4)

- (Rappels de trigonométrie)

$\sin(\text{angle}) = \text{côté opposé} / \text{hypoténuse}$

$\cos(\text{angle}) = \text{côté adjacent} / \text{hypoténuse}$

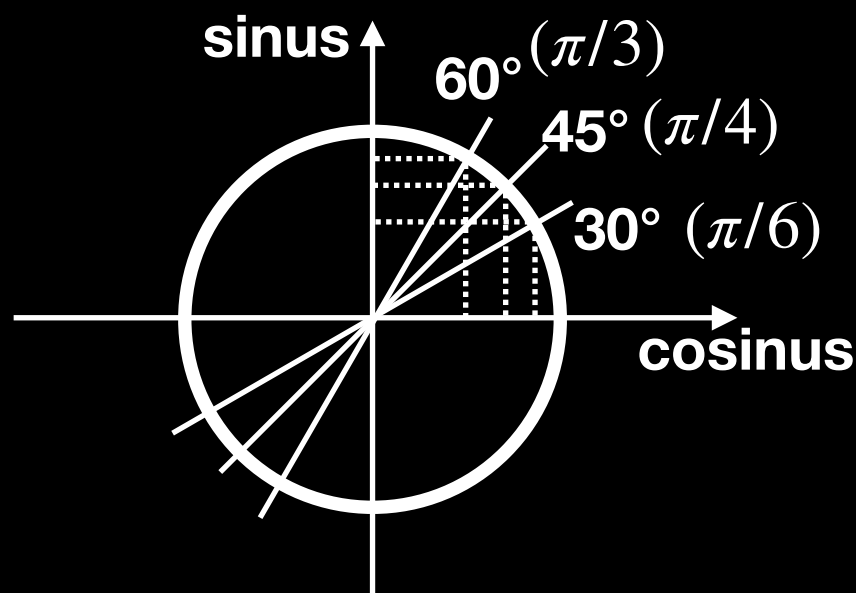
$\tan(\text{angle}) = \sin/\cos = \text{côté opposé} / \text{côté adjacent}$



$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0.707$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 0.866$$



$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 0.866$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \simeq 0.707$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} = 0.5$$

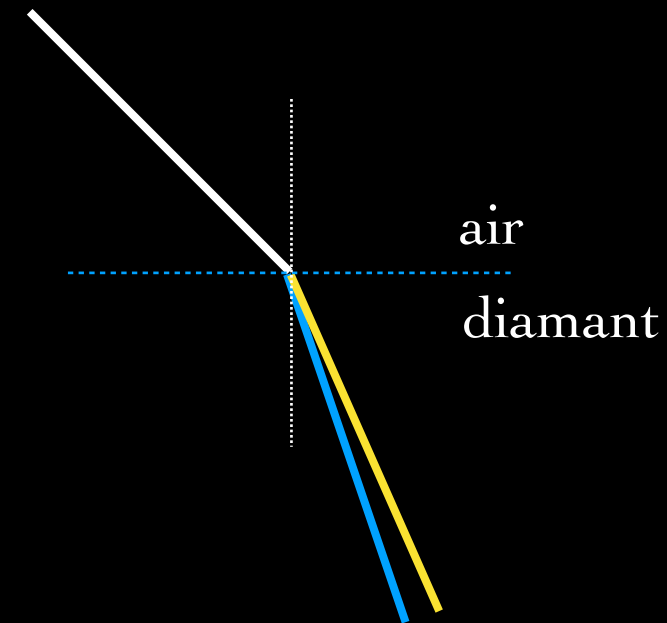
$$\text{et donc : } \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \simeq 0.577; \quad \tan \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = 1; \quad \tan \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3} \simeq 1.732$$

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (5)

- Exemple d'application : le diamant (suite)

Le diamant a un indice de 2.435 pour le bleu (à 486 nm) et un indice de 2.417 pour le jaune (à 589 nm). Un faisceau de lumière blanche tombe sur le diamant avec un angle d'incidence de  $45^\circ$ . Déterminer l'angle que le rayon bleu et le rayon jaune, réfractés, forment entre eux à l'intérieur du diamant.



$$\text{On a ici : } \sin \frac{\pi}{4} = n_J \sin r_J, \text{ et : } \sin \frac{\pi}{4} = n_B \sin r_B$$

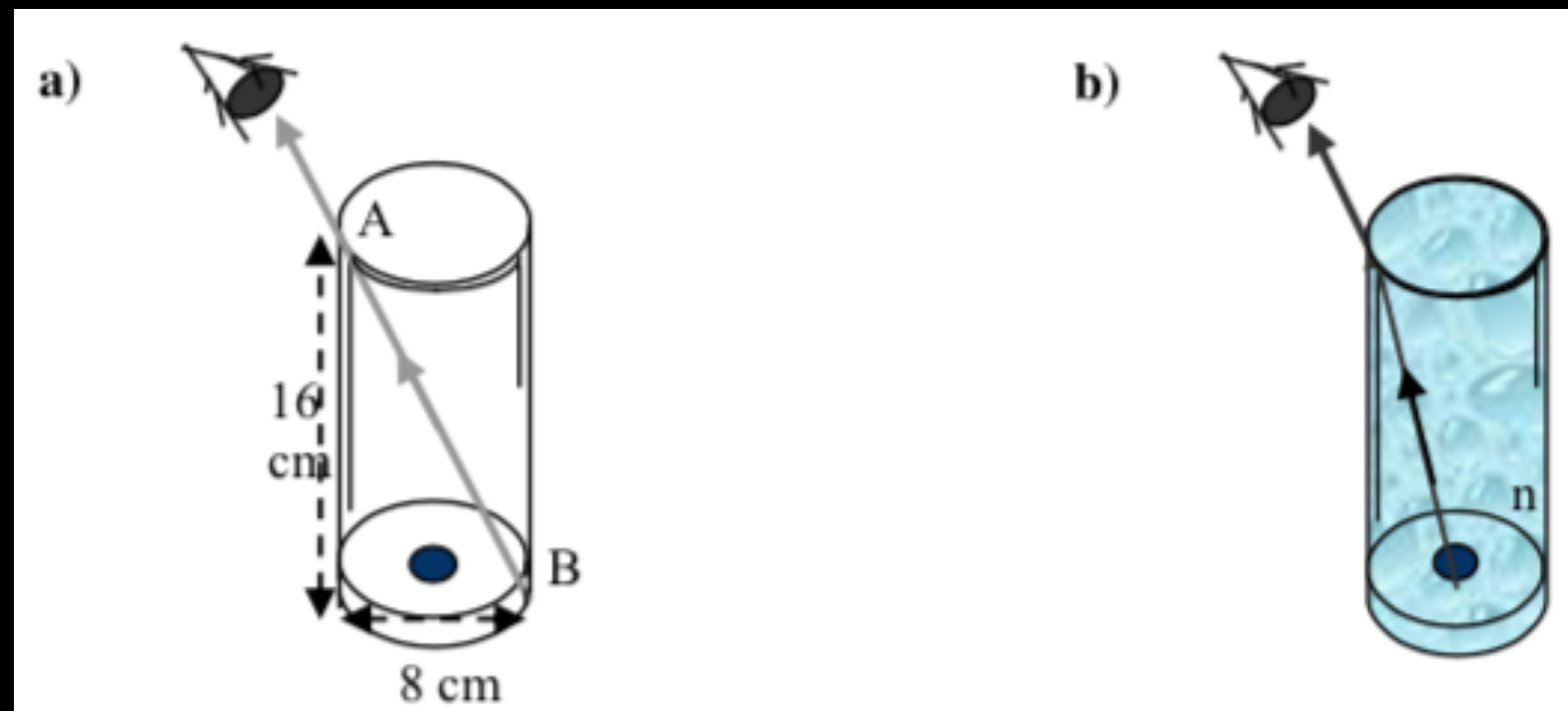
$$\text{donc : } \sin r_B = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{n_B} \Rightarrow r_B = \arcsin \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{n_B} = \arcsin \frac{\sqrt{2}/2}{2.435} \simeq 0.2946 \text{ rad} \Rightarrow r_B \simeq 16.88^\circ$$

$$\text{et : } r_J = \arcsin \frac{\sqrt{2}/2}{2.417} \simeq 0.2969 \text{ rad} \Rightarrow r_J \simeq 17.01^\circ, \text{ donc : } \Delta r = r_J - r_B \simeq 0.13^\circ$$

# III - Réfraction & dioptré plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (6)

- Exemple d'application : une pièce au fond d'un verre

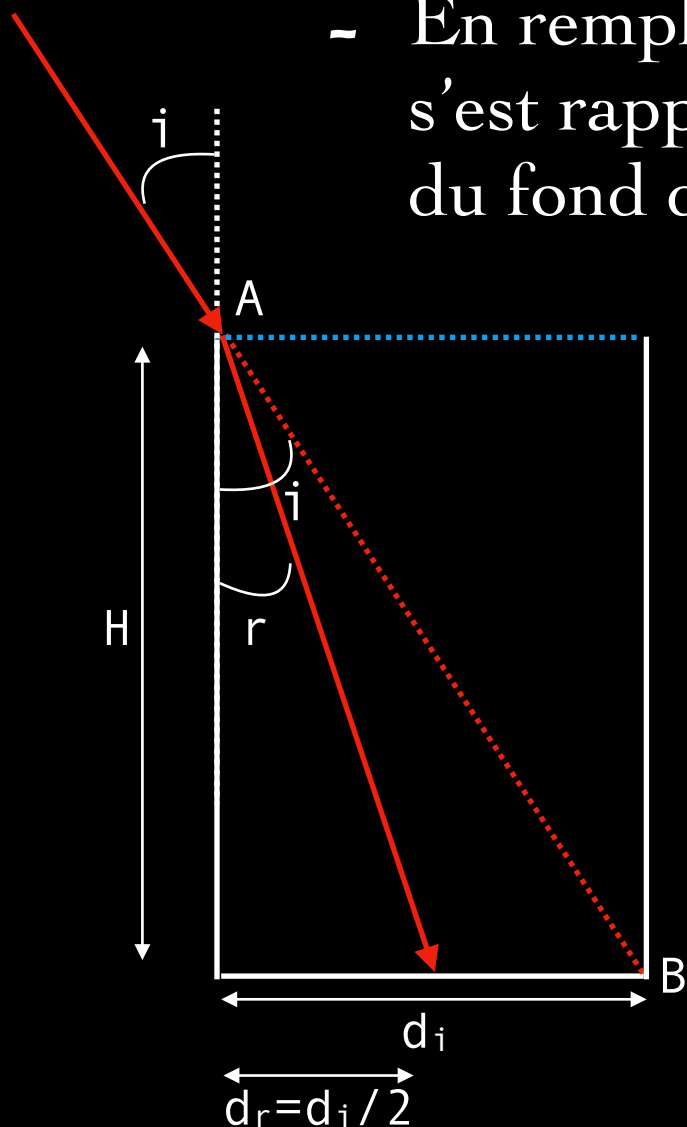


- L'œil est aligné avec A et B et le verre n'est pas transparent => on ne voit donc pas la pièce au fond du verre. Puis on remplit le verre d'un liquide transparent et la pièce devient visible. Pourquoi ? Quel est l'indice de réfraction de ce liquide transparent ?

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (7)

- Exemple d'application : une pièce au fond d'un verre (suite)
- En remplissant le verre, et grâce à la réfraction, le rayon immergée s'est rapproché de la normale de manière à ce que l'on voit le centre du fond du verre.



- On a :  $\sin i = n \sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r}$
- Mais aussi :  $\tan i = \frac{d_i}{H} \Rightarrow i = \arctan \frac{d_i}{H}$
- Et :  $\tan r = \frac{d_r}{H} = \frac{d_i}{2H} \Rightarrow r = \arctan \frac{d_i}{2H}$

• Donc :

$$n = \frac{\sin \left( \arctan \frac{d_i}{H} \right)}{\sin \left( \arctan \frac{d_i}{2H} \right)}$$

A.D. :  $[d_i/H]=1 ; [d_i/2H]=1 ; [n]=1$

A.N. :  $n \approx 1.844$

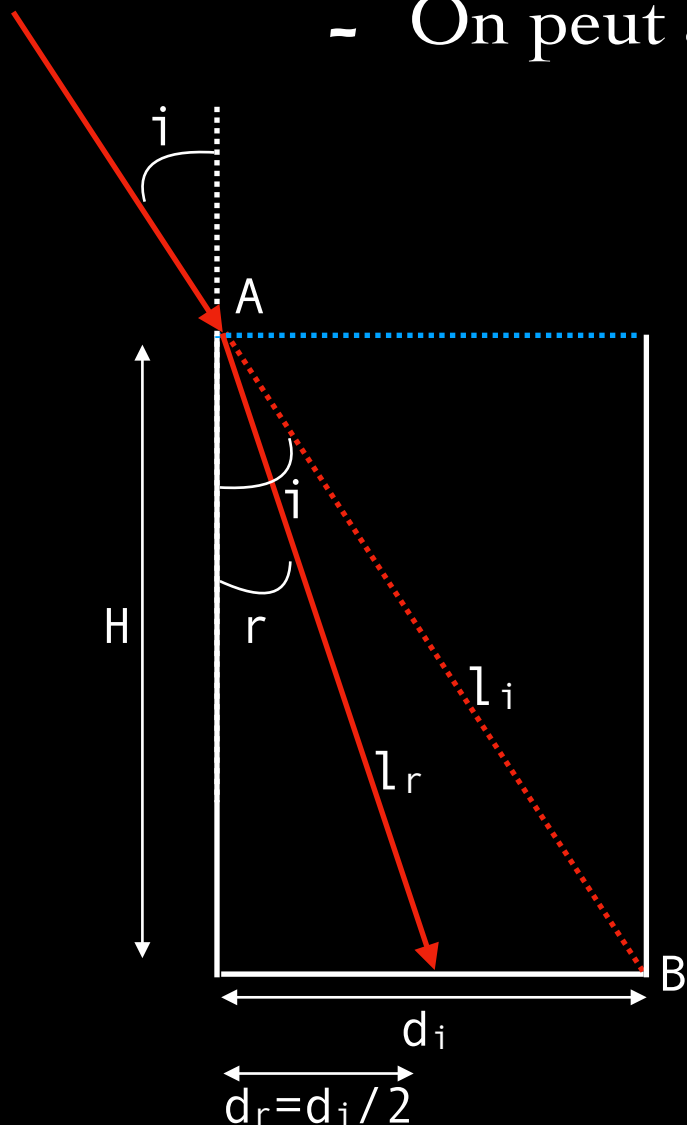
=> ce n'est pas de l'eau ! ( $n \approx 1.33$ )



# III - Réfraction & dioptre plan

## III.2 Deuxième loi de Snell-Descartes (8)

- Exemple d'application : une pièce au fond d'un verre (suite+)
- On peut aussi utiliser la définition du sinus pour  $\sin i$  et  $\sin r$  :



- On a :  $\sin i = n \sin r \Rightarrow n = \frac{\sin i}{\sin r}$

- Mais aussi :  $\sin i = \frac{d_i}{l_i}$  avec :  $l_i = \sqrt{d_i^2 + H^2}$

- Et :  $\sin r = \frac{d_r}{l_r} = \frac{d_i}{2 l_r}$ , avec :  $l_r = \sqrt{(d_i/2)^2 + H^2}$

- Donc :  $n = 2 \sqrt{\frac{d_i^2/4 + H^2}{d_i^2 + H^2}}$  A.D. :  $[d_i^2]=L^2 ; [H^2]=L^2 ; [n]=1$   
A.N. :  $n \approx 1.844$   
 $\Rightarrow$  (forcément!) même résultat.

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.3 Angles limites (1)

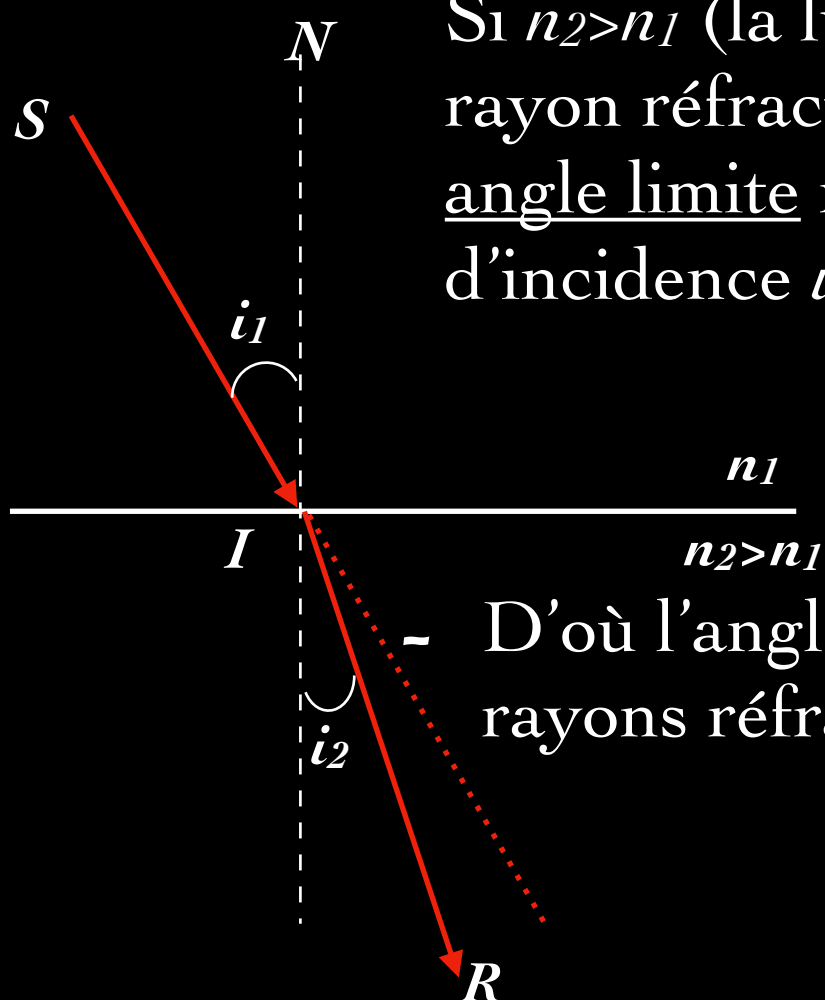
- Angle de réfraction limite

Si  $n_2 > n_1$  (la lumière va vers un milieu plus réfringent), on a  $i_2 < i_1$  (le rayon réfracté se rapproche de la normale) => il existe dans ce cas un angle limite maximum de réfraction pour  $i_2$ , correspondant à un angle d'incidence  $i_1$  de  $90^\circ$  (i.e.  $\pi/2$  radians). On a alors :

$$i_1 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_2 \rightarrow \frac{n_1}{n_2}$$

- D'où l'angle de réfraction limite au-delà duquel il n'existe pas de rayons réfractés, défini par :

$$\sin \Lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \Lambda_2 = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$$



# III - Réfraction & dioptre plan

## III.3 Angles limites (2)

- Angle de réfraction limite : air/verre et eau/verre

Déterminer l'angle de réfraction limite dans le verre ( $n=1.5$ ), s'il est plongé dans l'air ( $n=1$ ), et s'il est plongé dans l'eau ( $n=1.33$ ).

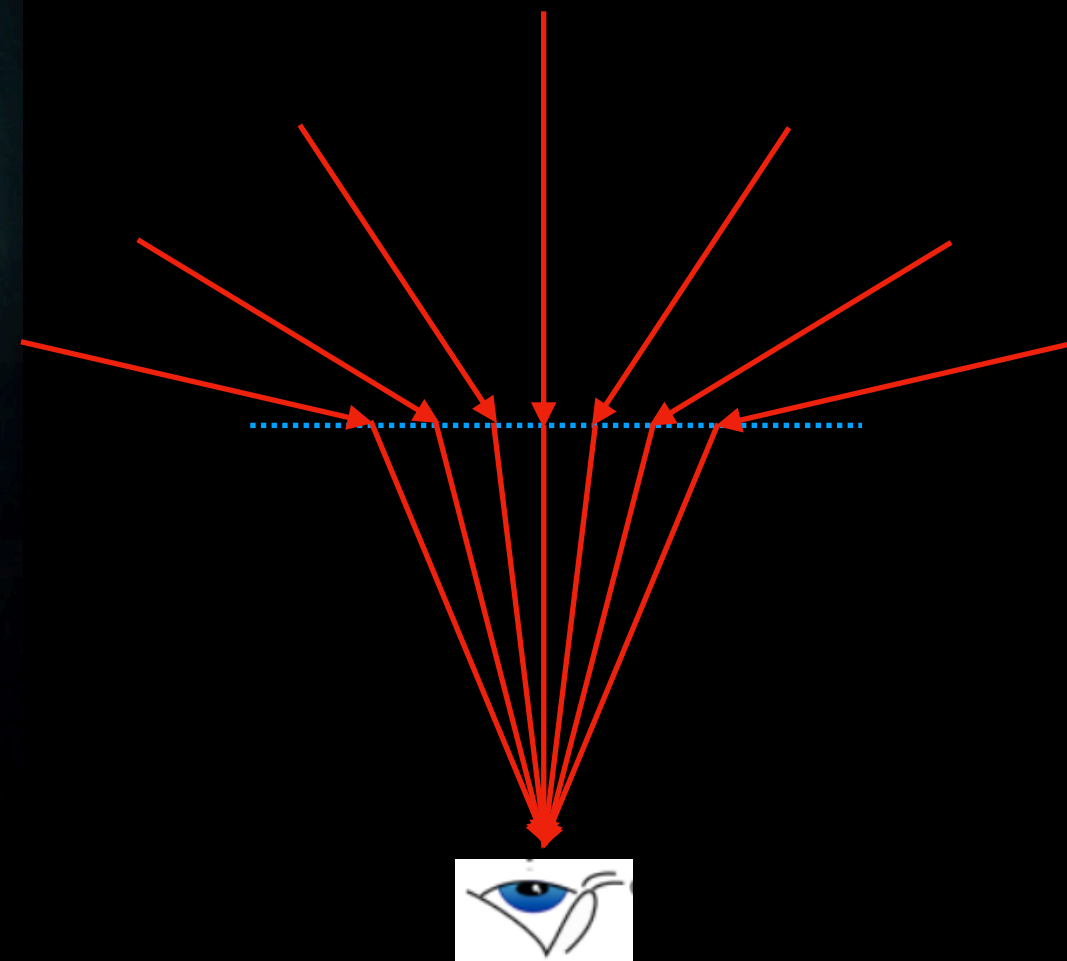
$$\Lambda_{\text{air/verre}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1}{1.5} \simeq 0.7297 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/verre}} \simeq 41.8^\circ$$

$$\Lambda_{\text{eau/verre}} = \arcsin \frac{n_{\text{eau}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1.33}{1.5} \simeq 1.0901 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{eau/verre}} \simeq 62.5^\circ$$

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.3 Angles limites (3)

- Angle de réfraction limite : air/eau (fenêtre de Snell)



$$\text{ici : } \Lambda_{\text{air/eau}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/eau}} \simeq 48.8^\circ$$

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.3 Angles limites (4)

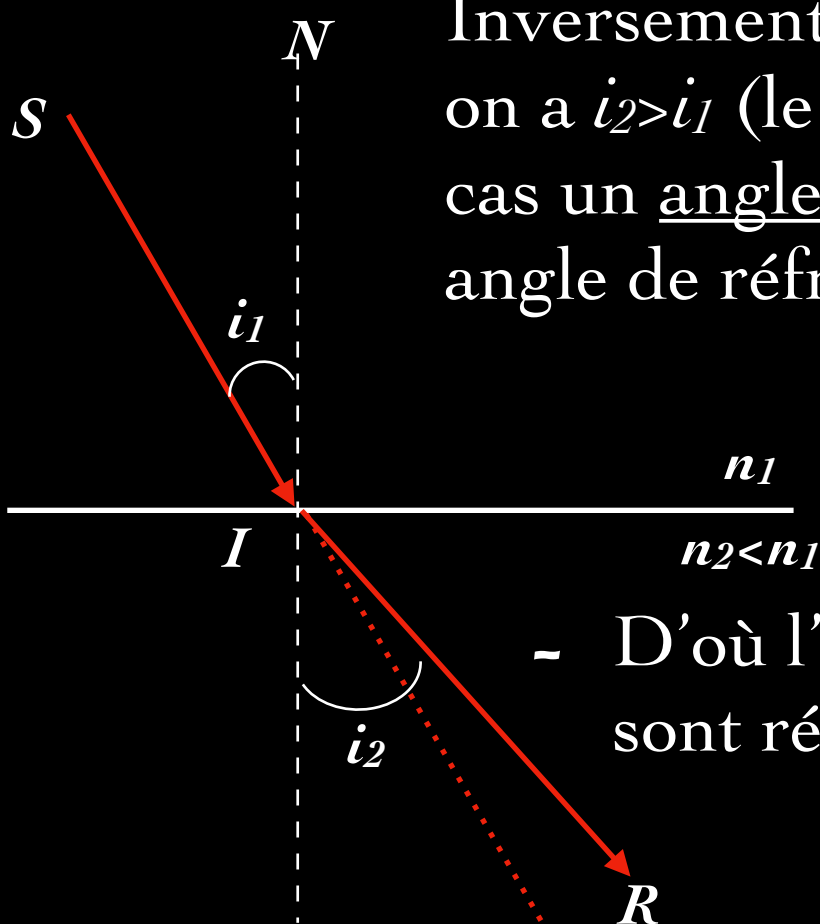
- Angle de réflexion totale

Inversement, si  $n_2 < n_1$  (la lumière va vers un milieu moins réfringent), on a  $i_2 > i_1$  (le rayon réfracté s'éloigne de la normale) => il existe dans ce cas un angle limite maximum d'incidence pour  $i_1$ , correspondant à un angle de réfraction de  $90^\circ$ . On a alors :

$$i_2 \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_1 \rightarrow \frac{n_2}{n_1}$$

- D'où l'angle de réflexion totale au-delà duquel les rayons incidents sont réfléchis et ne pénètrent pas le milieu  $n_2$ , défini par :

$$\sin \Lambda_1 = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \Lambda_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

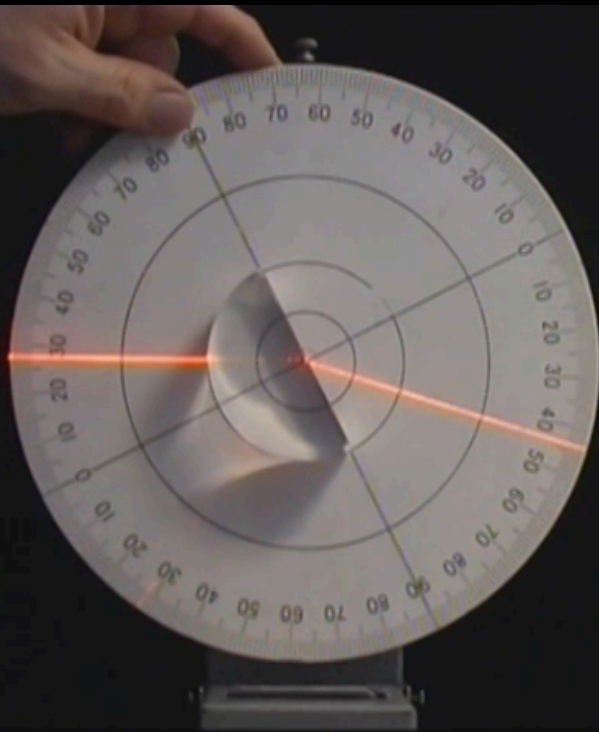




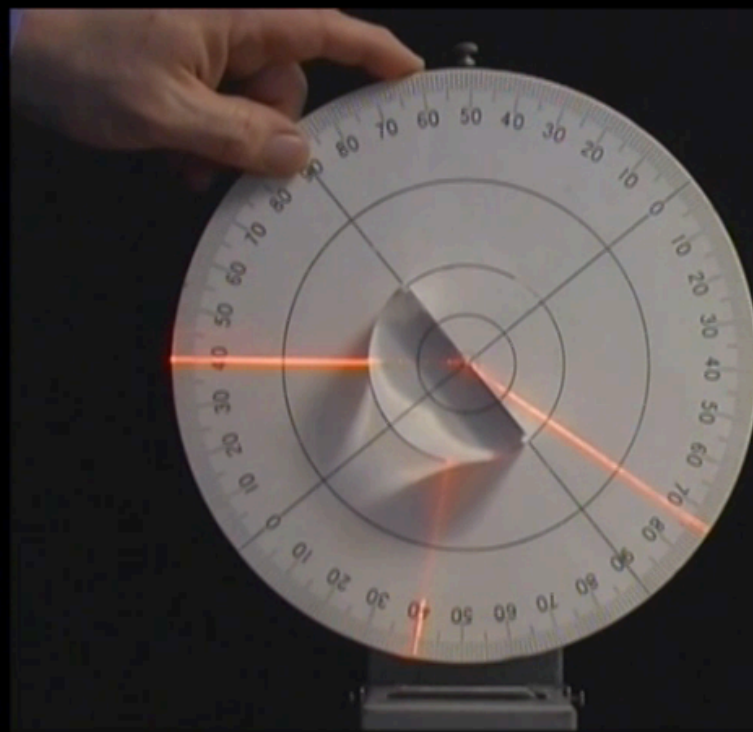
# III - Réfraction & dioptré plan

## III.3 Angles limites (5)

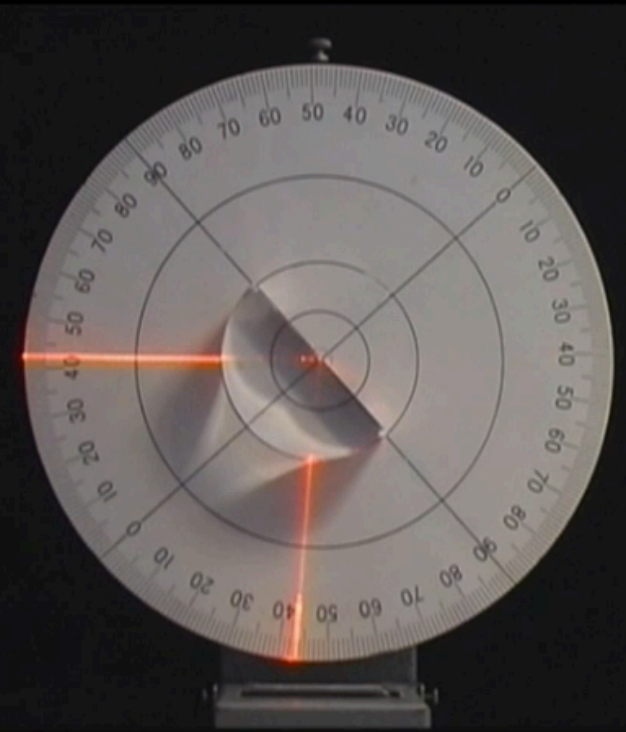
- Angle de réflexion totale : air/verre



réfraction



≈ angle limite



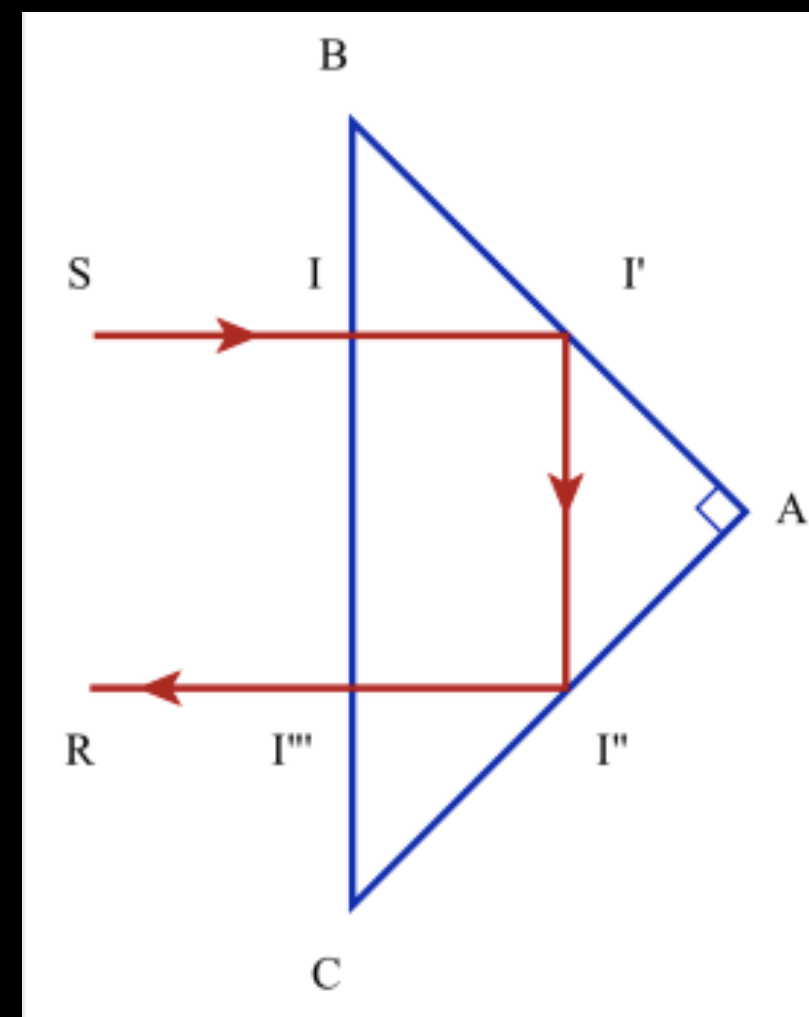
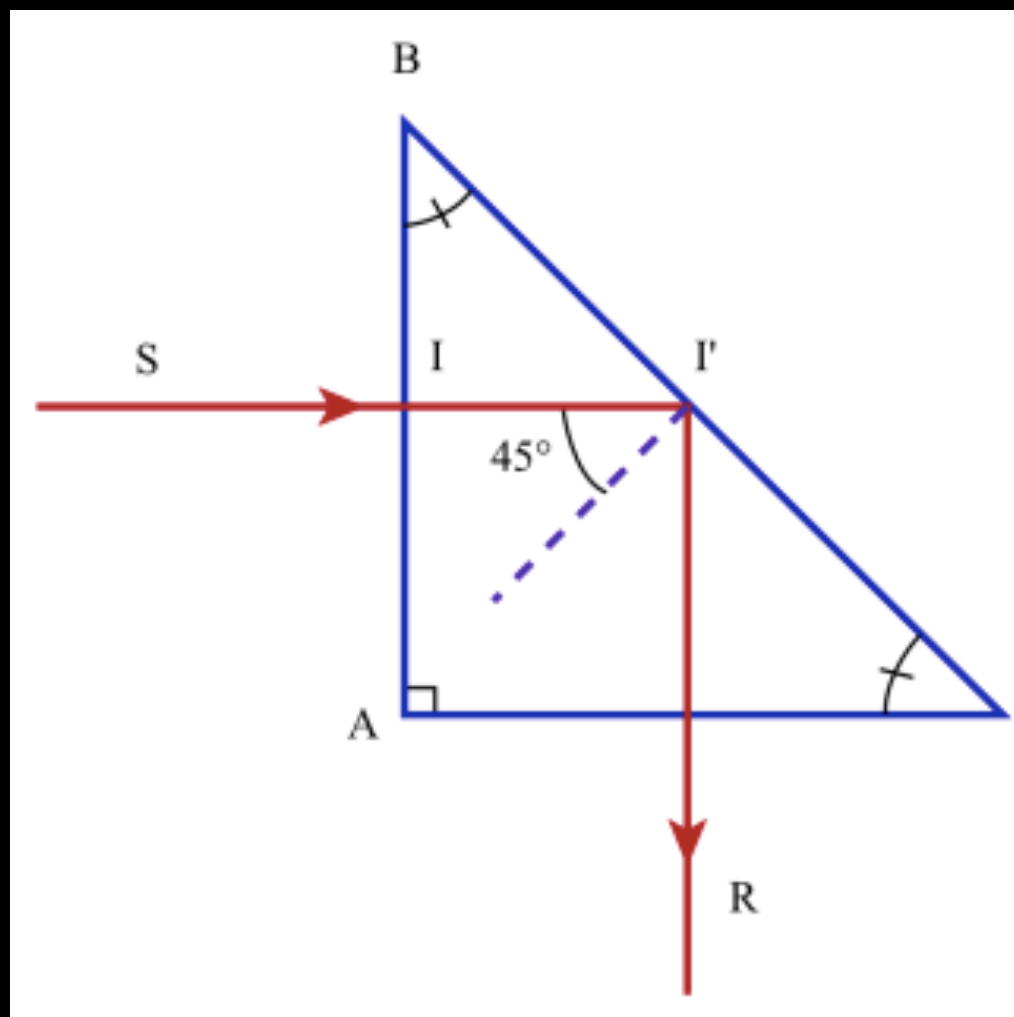
réflexion totale

rappel :  $\Lambda_{\text{air/verre}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1}{1.5} \simeq 0.7297 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/verre}} \simeq 41.8^\circ$

# III - Réfraction & dioptrique plan

## III.3 Angles limites (6)

- Angle de réflexion totale : air/verre (prisme à réflexion totale)



rappel :  $\Lambda_{\text{air/verre}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}} = \arcsin \frac{1}{1.5} \simeq 0.7297 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/verre}} \simeq 41.8^\circ$

# III - Réfraction & dioptrique plan

## III.3 Angles limites (7)

- Angle de réflexion totale : air/eau



$$\text{rappel : } \Lambda_{\text{air/eau}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/eau}} \simeq 48.8^\circ$$

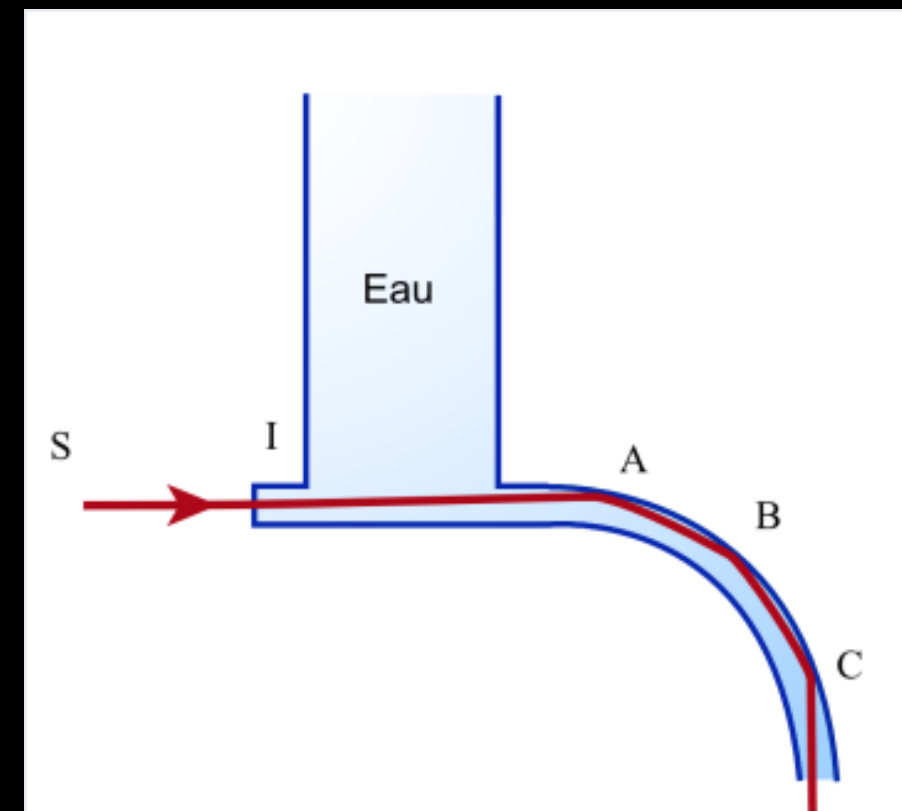


# III - Réfraction & dioptre plan

## III.3 Angles limites (8)

- Angle de réflexion totale : air/eau (fontaine lumineuse)

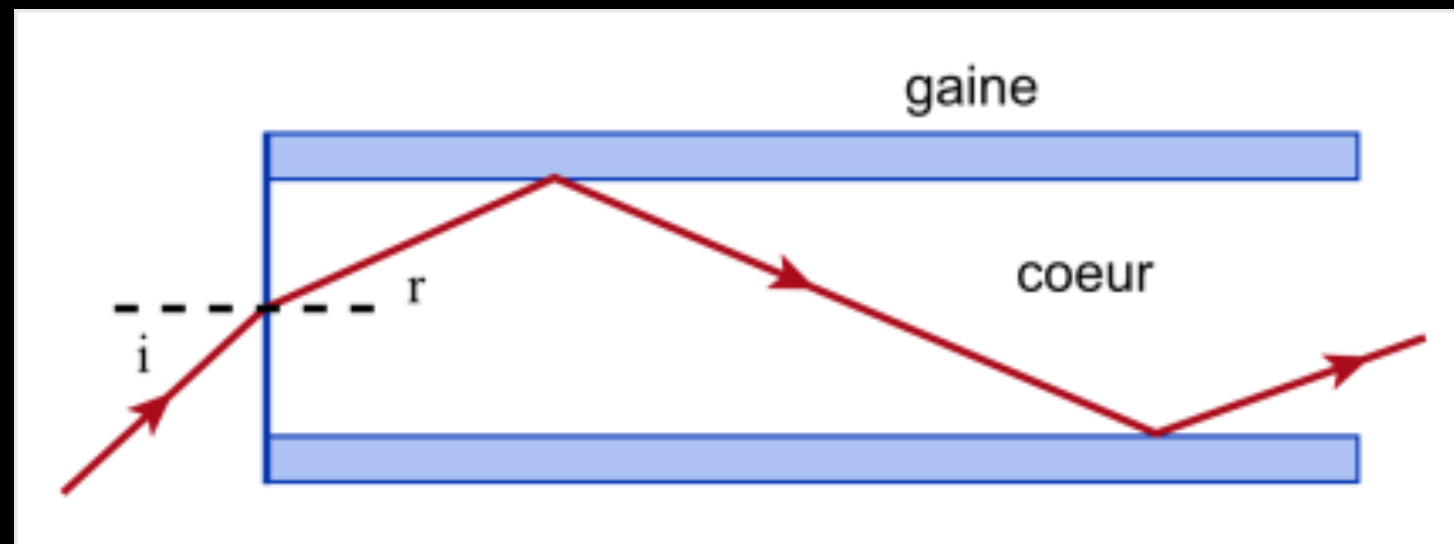
rappel :  $\Lambda_{\text{air/eau}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/eau}} \simeq 48.8^\circ$



# III - Réfraction & dioptré plan

## III.3 Angles limites (9)

- Angle de réflexion totale : fibre optique (sur le même principe)

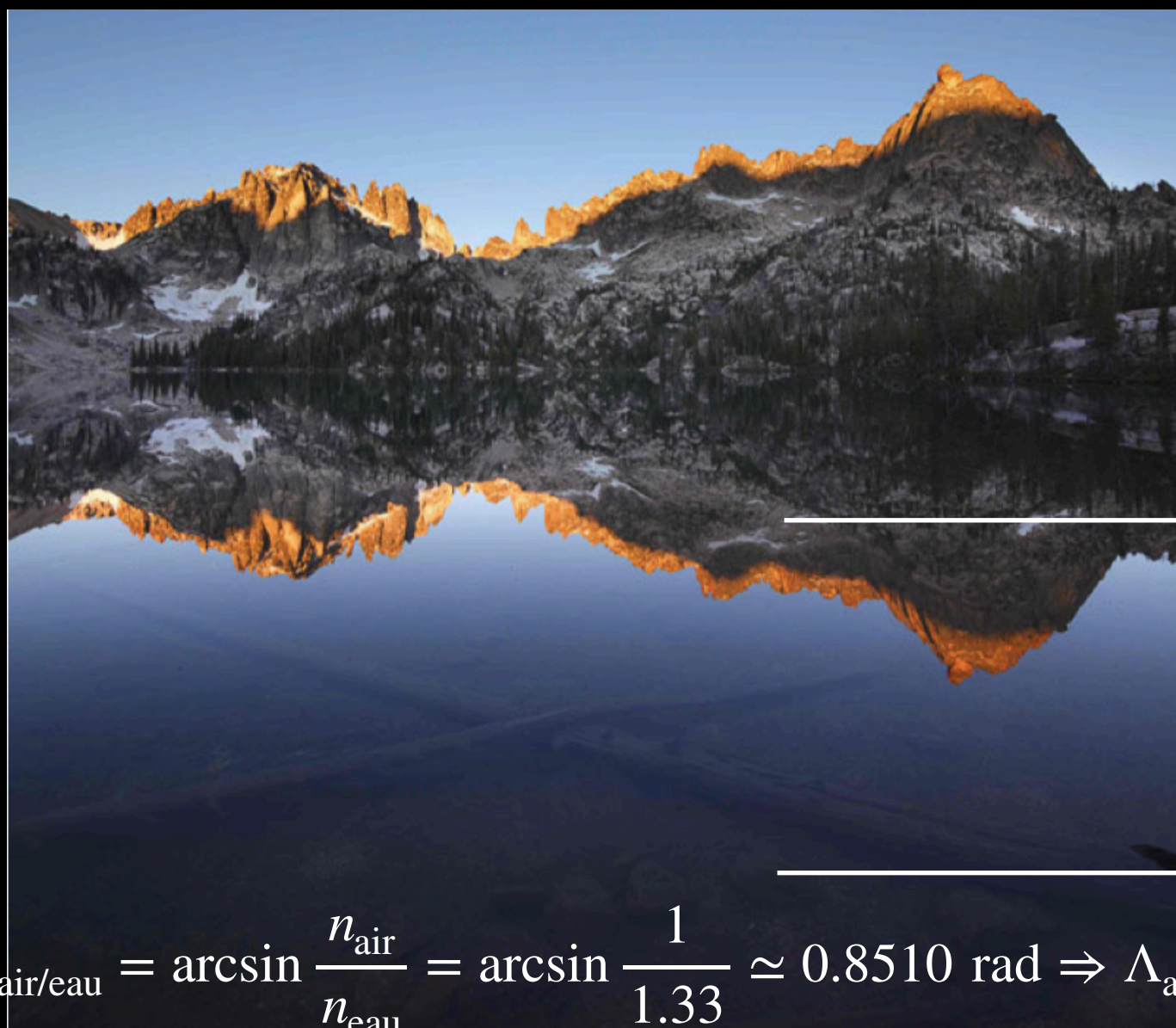


# III - Réfraction & dioptre plan

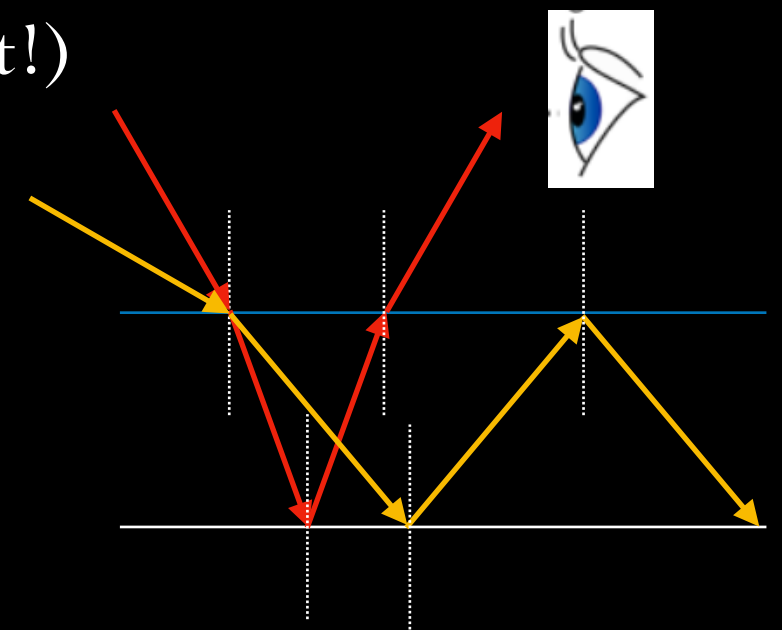
## III.3 Angles limites (10)

- Angle de réflexion totale : air/eau (vue du haut!)

panorama



lac



**pas de réfraction**  
(que de la réflexion)

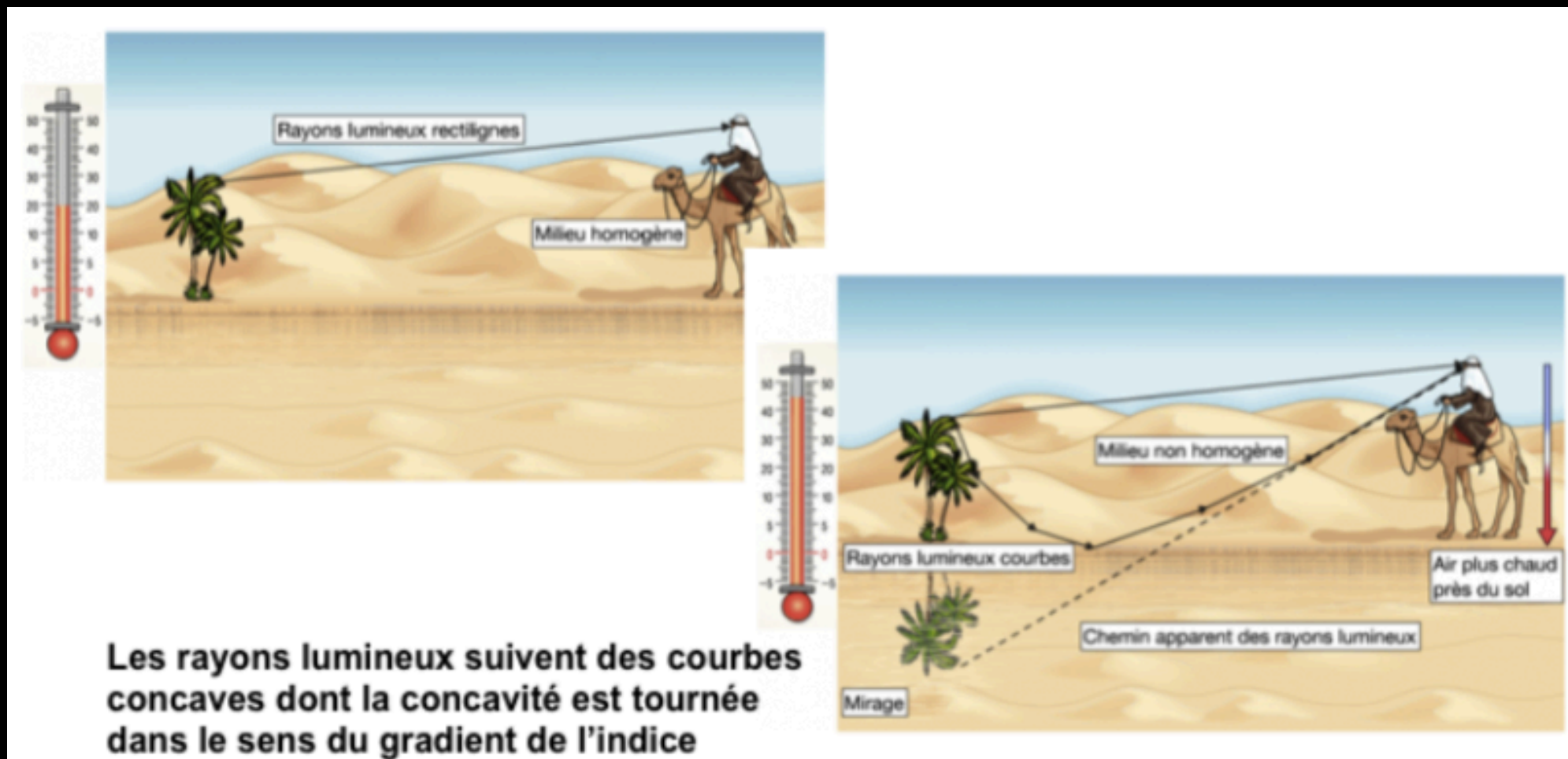
**réfraction**  
(et un peu de réflexion)

rappel :  $\Lambda_{\text{air/eau}} = \arcsin \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{eau}}} = \arcsin \frac{1}{1.33} \simeq 0.8510 \text{ rad} \Rightarrow \Lambda_{\text{air/eau}} \simeq 48.8^\circ$

# III - Réfraction & dioptré plan

## III.4 Gradient d'indice

- Gradient d'indice : quand l'indice croît ou décroît  
=> phénomène de mirage...



# III - Réfraction & dioptre plan

## III.5 Image (1)

- Stigmatisme : le dioptre plan n'est pas rigoureusement stigmatique pour tous les points de l'espace, on parle de stigmatisme approché.  
=> Le dioptre plan est approximativement stigmatique pour tout point situé à distance finie, à condition que les rayons émis et réfractés soient peu inclinés par rapport à la normale au dioptre.

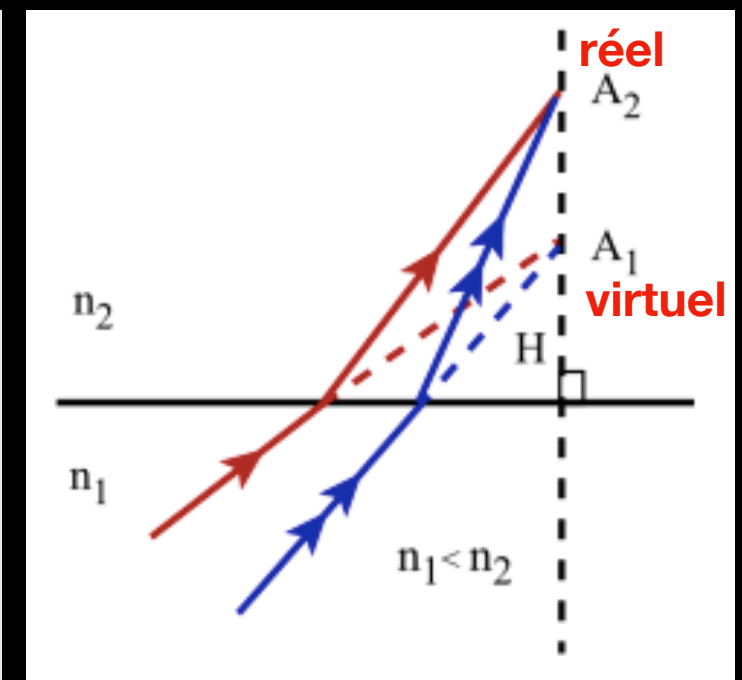
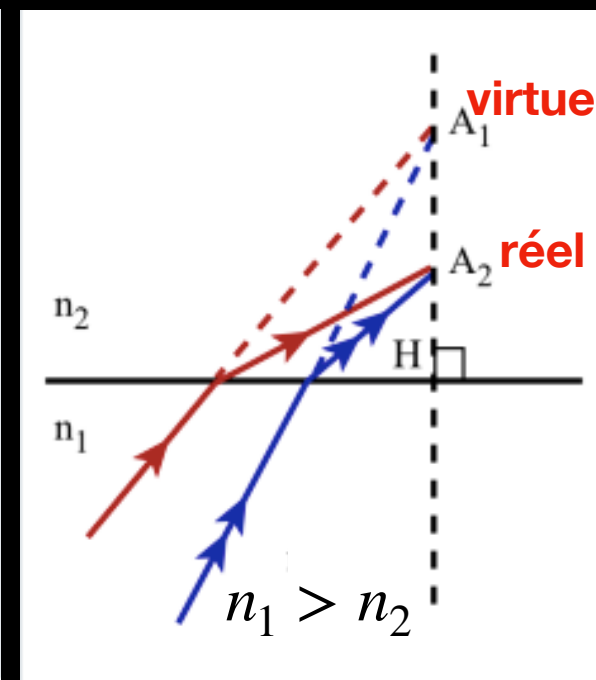
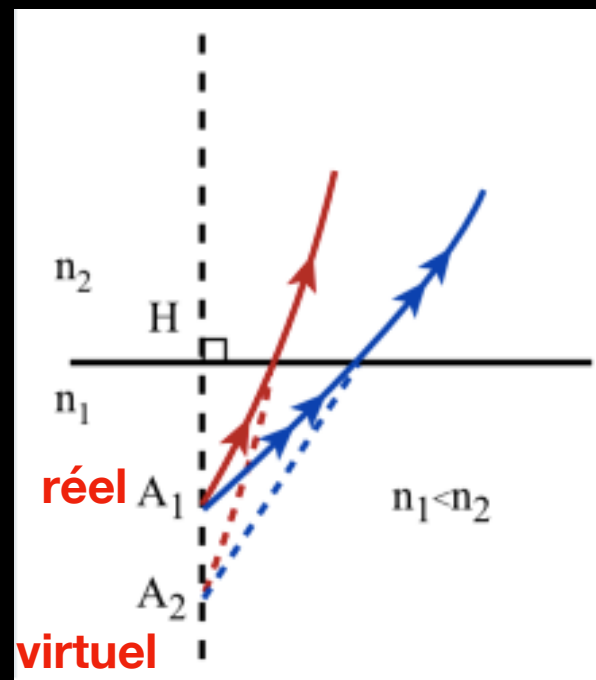
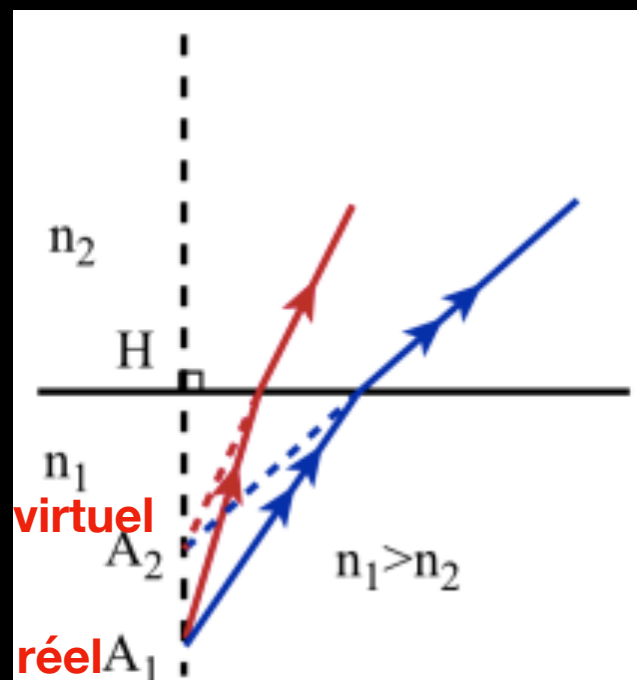
Ce sont les conditions de Gauss, conditions dans lesquelles nous nous plaçons dorénavant (rayons paraxiaux).

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.5 Image (2)

- Formule de conjugaison du dioptre plan (dans les conditions de Gauss)

$$\frac{n_1}{HA_1} = \frac{n_2}{HA_2}$$

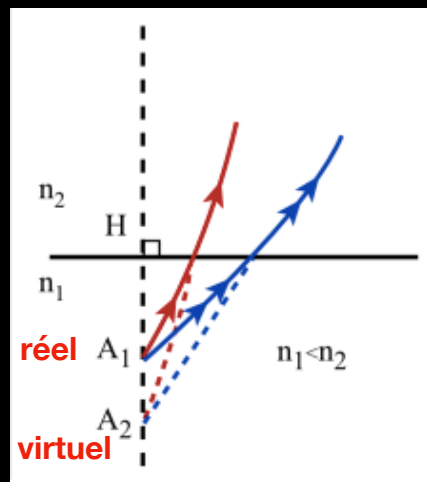
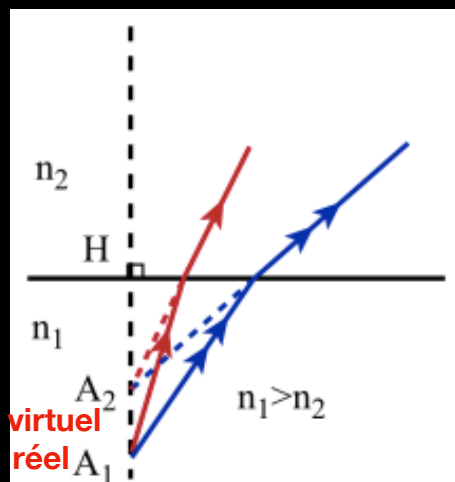




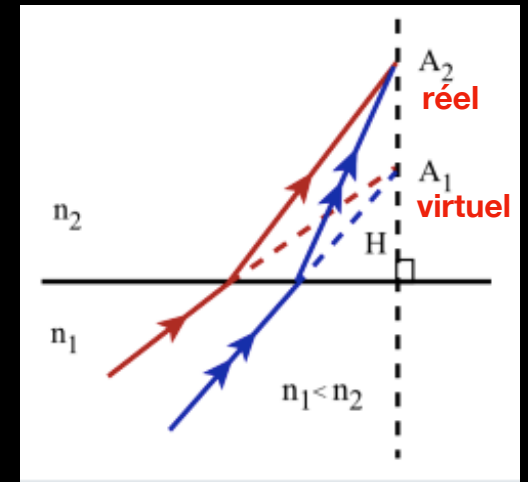
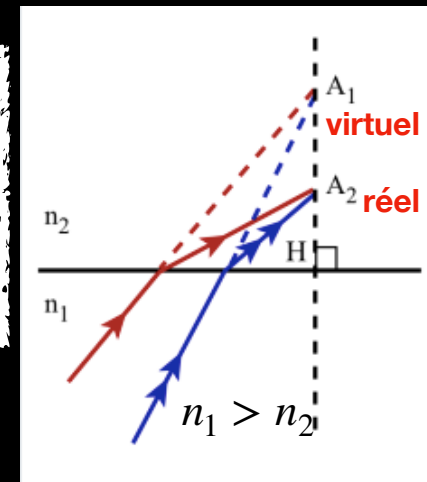
# III - Réfraction & dioptre plan

## III.5 Image (3)

- Formule de conjugaison du dioptre plan (suite)



$$\frac{n_1}{\overline{HA_1}} = \frac{n_2}{\overline{HA_2}}$$



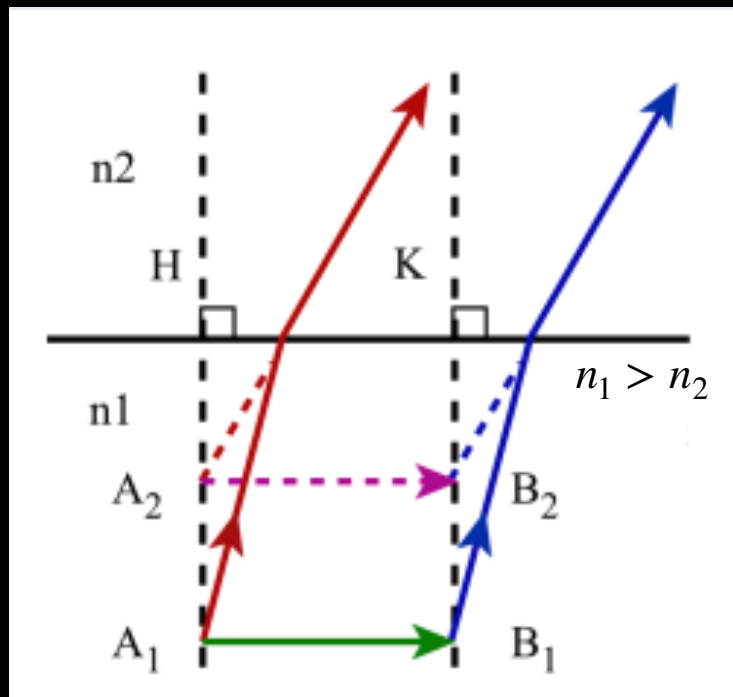
- $n_1$  et  $n_2$  forcément positifs  $\Rightarrow \overline{HA_1}$  et  $\overline{HA_2}$  toujours de même signe  $\Rightarrow A_1$  et  $A_2$  toujours du même côté du dioptre
- .  $A_1$  et  $A_2$  toujours situés sur la même normale au dioptre
- .  $A_1$  et  $A_2$  toujours de nature différente (l'un réel, l'autre virtuel)
- .  $n_1 > n_2 \Rightarrow \overline{HA_1} > \overline{HA_2} \Rightarrow A_1$  plus éloigné du dioptre que  $A_2$
- .  $n_2 > n_1 \Rightarrow \overline{HA_2} > \overline{HA_1} \Rightarrow A_2$  plus éloigné du dioptre que  $A_1$

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.5 Image (4)

- Image d'un objet étendu, grandissement linéaire
  - . Objet  $A_1B_1 \rightarrow$  image  $A_2B_2$
  - . image nette  $\Leftrightarrow$  conditions de Gauss
  - . On prend  $n_1 > n_2$ , 3 cas :

(1)  $A_1B_1 //$  à la surface du dioptre, objet réel



$\Rightarrow A_2B_2 // A_1B_1$ , image virtuelle, et :

$$\overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1} \Rightarrow \gamma_{\text{trans.}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = +1$$

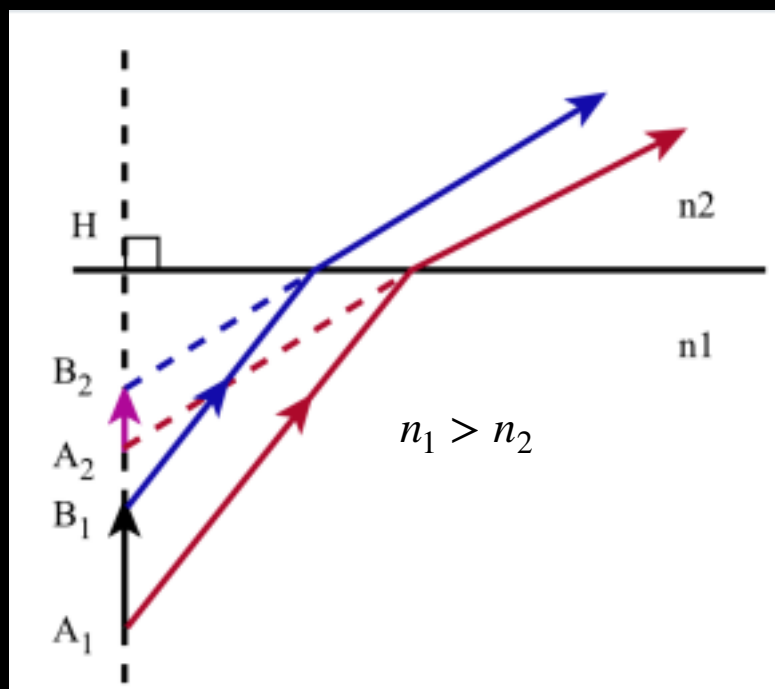


# III - Réfraction & dioptre plan

## III.5 Image (5)

- Image d'un objet étendu, grandissement linéaire
  - . Objet  $A_1B_1 \rightarrow$  image  $A_2B_2$
  - . image nette  $\Leftrightarrow$  conditions de Gauss
  - . On prend  $n_1 > n_2$ , 3 cas :

(2)  $A_1B_1$  perpendiculaire à la surface du dioptre, objet réel :



$\Rightarrow A_2B_2 \parallel A_1B_1$ , image virtuelle, et :

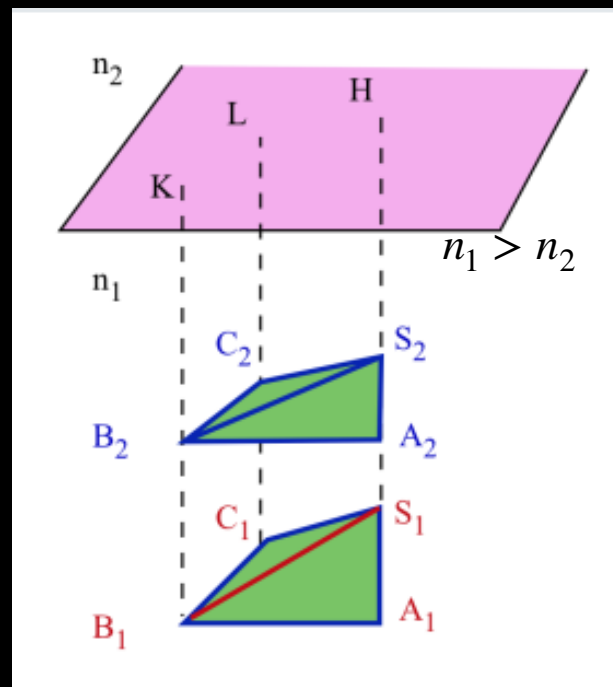
$$\overline{A_2B_2} = \frac{n_2}{n_1} \overline{A_1B_1} \Rightarrow \gamma_{\text{long.}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

# III - Réfraction & dioptré plan

## III.5 Image (6)

- Image d'un objet étendu, grandissement linéaire
  - . Objet  $A_1B_1 \rightarrow$  image  $A_2B_2$
  - . image nette  $\Leftrightarrow$  conditions de Gauss
  - . On prend  $n_1 > n_2$ , 3 cas :

(3) Objet quelconque, réel :



$\Rightarrow A_2B_2 \parallel A_1B_1, B_2C_2 \parallel B_1C_1, A_2S_2 \parallel A_1S_1,$   
image virtuelle, et :

$$\overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1} \Rightarrow \gamma_{\text{trans.}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = +1$$

$$\overline{A_2S_2} = \frac{n_2}{n_1} \overline{A_1S_1} \Rightarrow \gamma_{\text{long.}} = \frac{\overline{A_2S_2}}{\overline{A_1S_1}} = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

# III - Réfraction & dioptre plan

## III.5 Conclusion

- Deuxième loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$$

-  $n_2 > n_1 \Rightarrow$  angle de réfraction limite :

$$\sin \Lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \Lambda_2 = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$$

-  $n_2 < n_1 \Rightarrow$  angle de réflexion totale :

$$\sin \Lambda_1 = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \Lambda_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

- Formule de conjugaison :

$$\frac{n_1}{HA_1} = \frac{n_2}{HA_2}$$

- Image d'un objet étendu :

.  $n_2 < n_1$  :

(1)  $A_1B_1$  // à la surface du dioptre, objet réel :

(2)  $A_1B_1$  perpendiculaire à la surface du dioptre :

$$\gamma_{\text{trans.}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = +1$$
$$\gamma_{\text{long.}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

.  $n_2 > n_1$  : idem mais avec  $n_2/n_1 > 1$ .