V - Dioptres sphériques

V.1 Introduction (1)

- Définition : ensemble de deux MHTI d'indices différents, séparés par une surface sphérique.

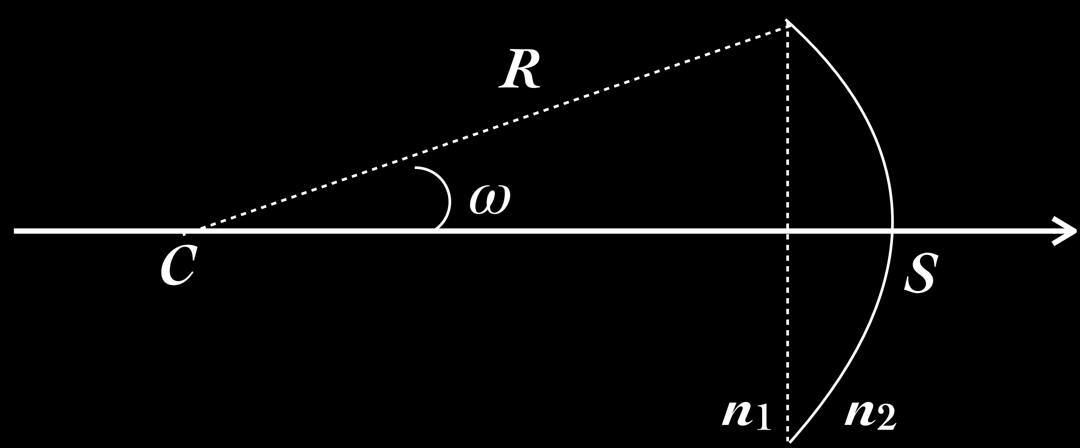
- On définit, comme pour le miroir sphérique, le sommet S, l'axe principal CS (avec C=centre de la sphère), l'angle d'ouverture ω, le rayon de courbure algébrique $R=\overline{SC}$.

- Dioptre concave si il tourne sa face concave vers la lumière incidente ($R<0$), convexe sinon ($R>0$).

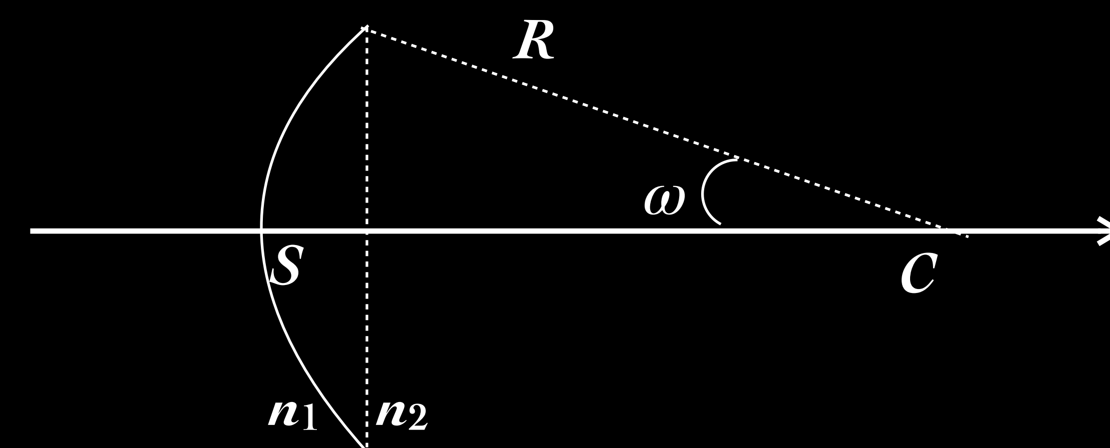
- On va d'emblée adopter une représentation simplifiée du même type que celle pour les miroirs sphériques

V - Dioptres sphériques

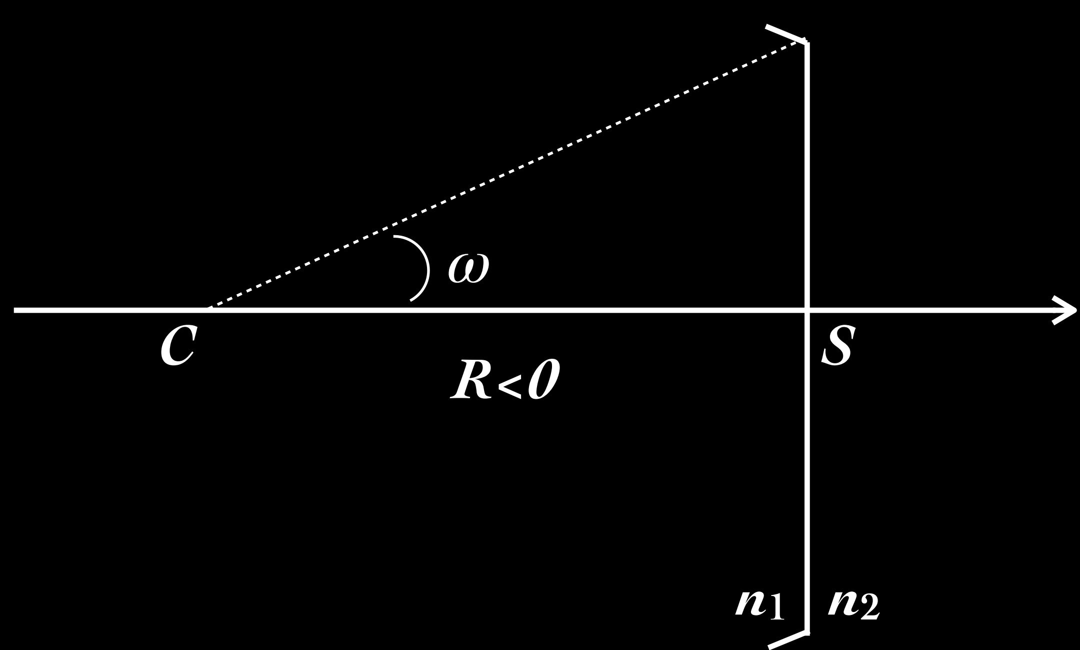
V.1 Introduction (2)

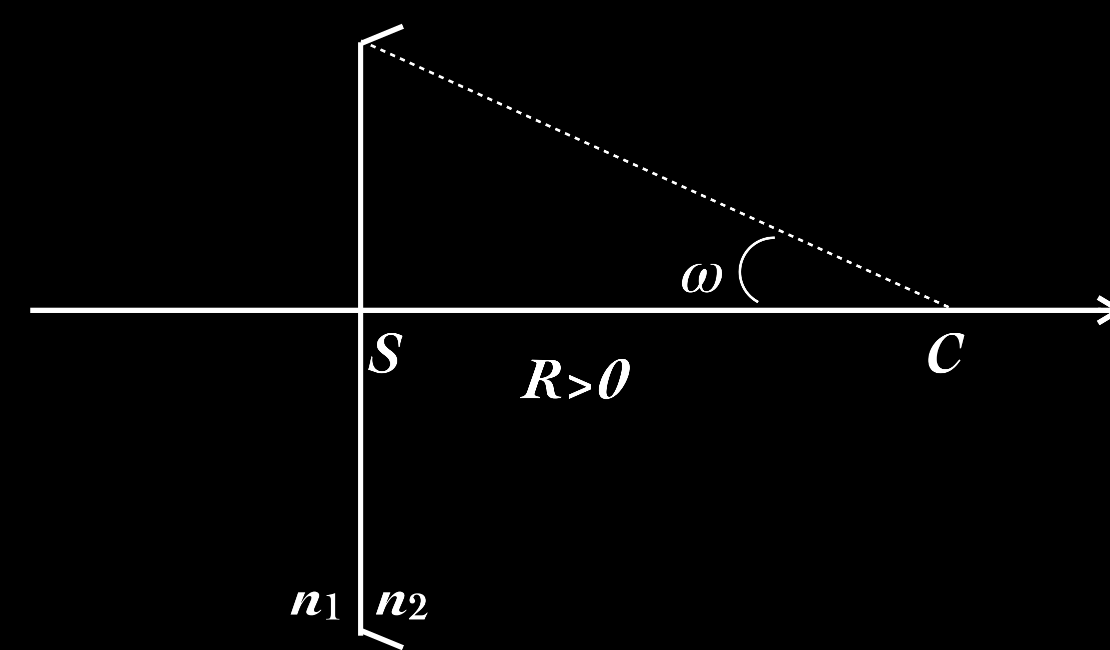


dioptre CONCAVE



dioptre CONVEXE



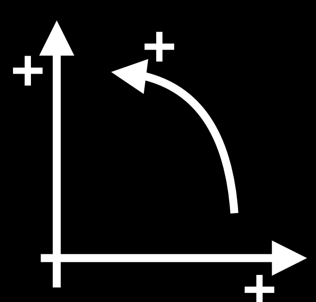


V - Dioptres sphériques

V.1 Introduction (3)

- Convention :

  . sens positif le long de l'axe principal = le sens de propagation de la lumière (représenté généralement de gauche à droite).



  . perpendiculairement : sens positif vers le haut

  . angles : sens trigonométrique

- Tout diamètre autre que celui de l'axe principal constitue un axe secondaire

- Tout rayon incident est réfracté selon la (2ème) loi de Snell-Descartes.

V - Dioptres sphériques

V.2 Relation de conjugaison (1)

- Relation de conjugaison (conditions de Gauss => petits angles) :

$$\boxed{\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = V}$$

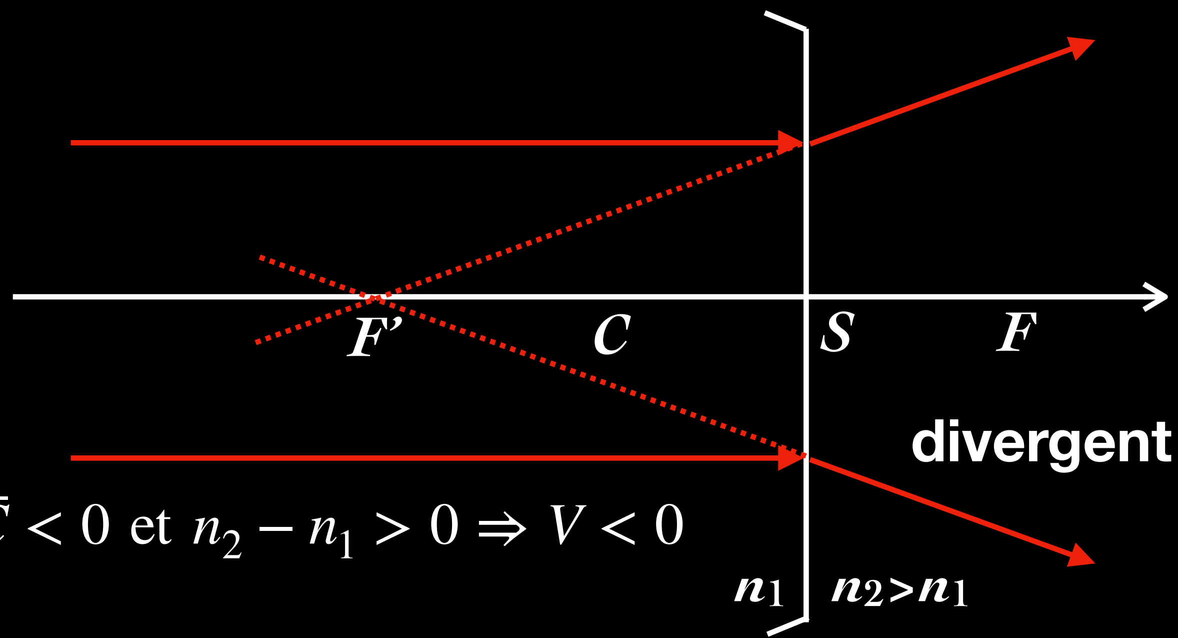
  où V est la vergence du dioptre, $[V]$=L^{-1}, unité = dioptrie (1 δ = 1 m^{-1}).

- mais où on a aussi :
  . n_1 = indice du milieu objet (du côté de la lumière incidente),
  . n_2 = indice du milieu image (du côté opposé),
  . $\overline{SA}$ = position de l'objet,
  . $\overline{SA'}$= position de l'image,
  . $\overline{SC}$ = R = rayon de courbure du dioptre.

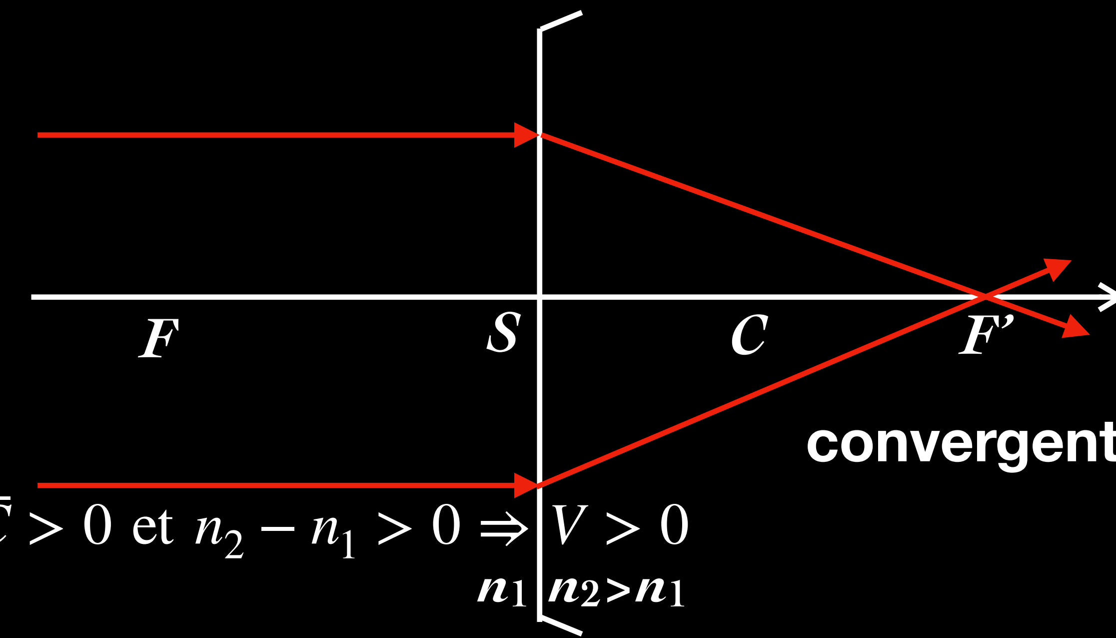
- $V > 0$: dioptre convergent, $V < 0$: dioptre divergent.
  . par ex. : dioptre sphérique de verre dans l'air, convexe, rayon de 1 cm
  => V = (1.5 -1)/(+0.01) = 0.5x100 = 50δ

V - Dioptres sphériques

V.2 Relation de conjugaison (2)



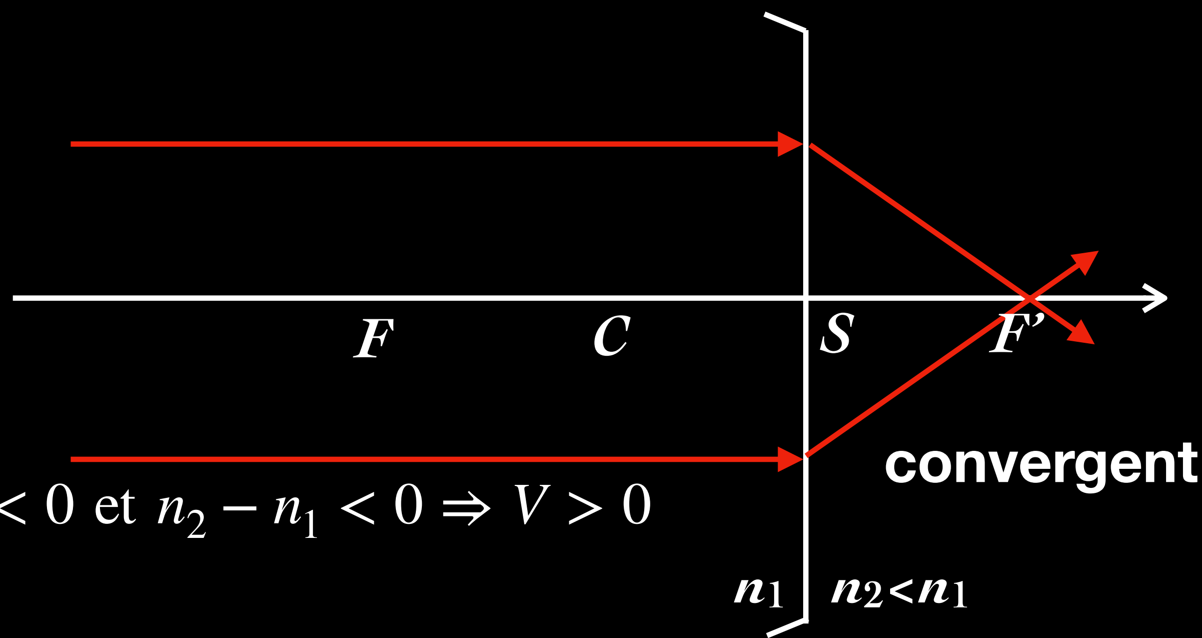
$\overline{SC} < 0$ et $n_2 - n_1 > 0 \Rightarrow V < 0$



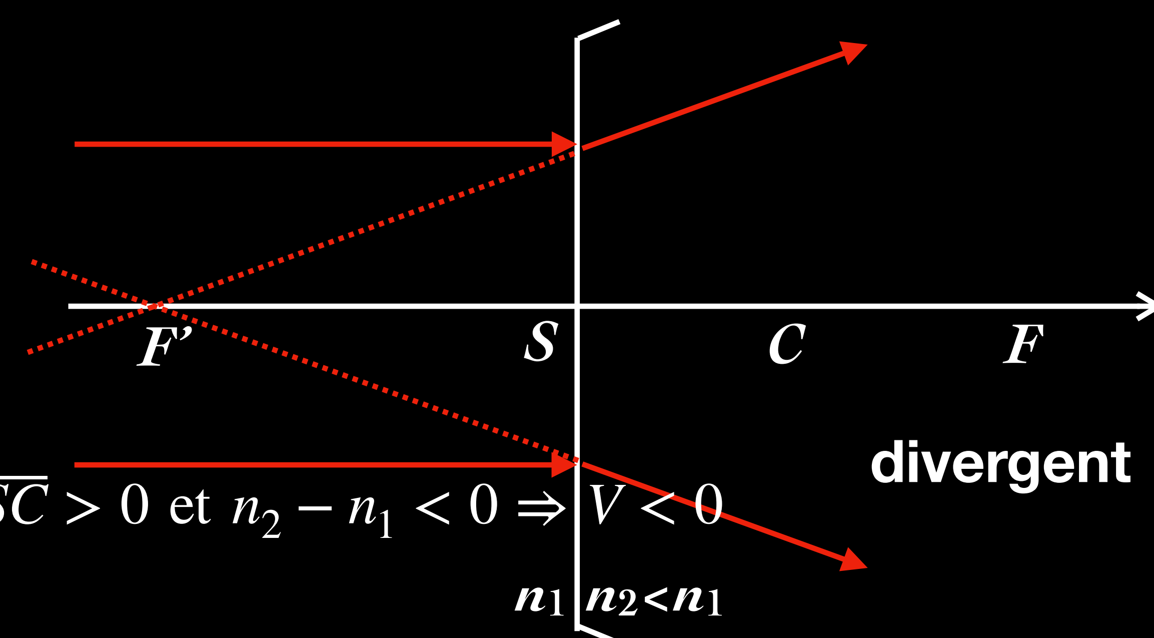
$\overline{SC} > 0$ et $n_2 - n_1 > 0 \Rightarrow V > 0$

dioptre CONCAVE

dioptre CONVEXE



$\overline{SC} < 0$ et $n_2 - n_1 < 0 \Rightarrow V > 0$



$\overline{SC} > 0$ et $n_2 - n_1 < 0 \Rightarrow V < 0$

V - Dioptres sphériques

V.2 Relation de conjugaison (3)

- La nature convergente (on se rapproche de l'axe optique) ou divergente (on s'écarte de l'axe optique) du dioptre dépend à la fois du signe de R (concave vs. convexe) et du signe de n_2-n_1 ($n_2>n_1$ ou $n_2<n_1$).
- Dans tous les cas, la relation de conjugaison :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

S'écrit aussi :

$$\boxed{\frac{n_2}{p_2} - \frac{n_1}{p_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}} \quad p_1 = \overline{SA},\ p_2 = \overline{SA'},\ R = \overline{SC}$$

- Si on prend R infini (ce qui correspondrait à un dioptre plan), on retrouve bien :

$$\frac{n_1}{p_1} = \frac{n_2}{p_2}$$

V - Dioptres sphériques

V.3 Foyers, grandissement (1)

- Notion de foyer : foyer = conjugué d'un point à l'infini
- Point objet à l'infini => foyer image
- (De même : point image à l'infini => foyer objet)
- Foyer image = position de l'image *A'* d'un objet *A* à l'infini (=> *A'*=*F'*)

$$\overline{SA} \to \infty \Rightarrow \frac{n_1}{\overline{SA}} \to 0 \Rightarrow \frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \Rightarrow \boxed{\overline{SF'} = \frac{n_2\,\overline{SC}}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{V}}$$

V - Dioptres sphériques

V.3 Foyers, grandissement (2)

- Foyer objet = position de l'objet A d'une image repoussée à l'infini (A=F)

$$\overline{SA'} \to \infty \Rightarrow \frac{n_2}{\overline{SA'}} \to 0 \Rightarrow -\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \Rightarrow \boxed{\overline{SF} = \frac{-n_1\,\overline{SC}}{n_2 - n_1} = -\frac{n_1}{V}}$$

- On remarque que SF et SF' ont des valeurs algébriques de signes toujours opposés (si F se trouve d'un côté de S, F' se trouve de l'autre).

- Grandissement :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$$

V - Dioptres sphériques

V.4 Tracé des rayons (1)

- Tous les rayons incidents // à l'axe passent par *F'*.

- Tous les rayons incidents passant par *F* sortent du dioptre // à l'axe.

- Si $V > 0$ (cas convergent : convexe et $n_2>n_1$, ou concave et $n_2<n_1$), alors *F* est du côté des rayons incidents et *F'* du côté des rayons réfractés.

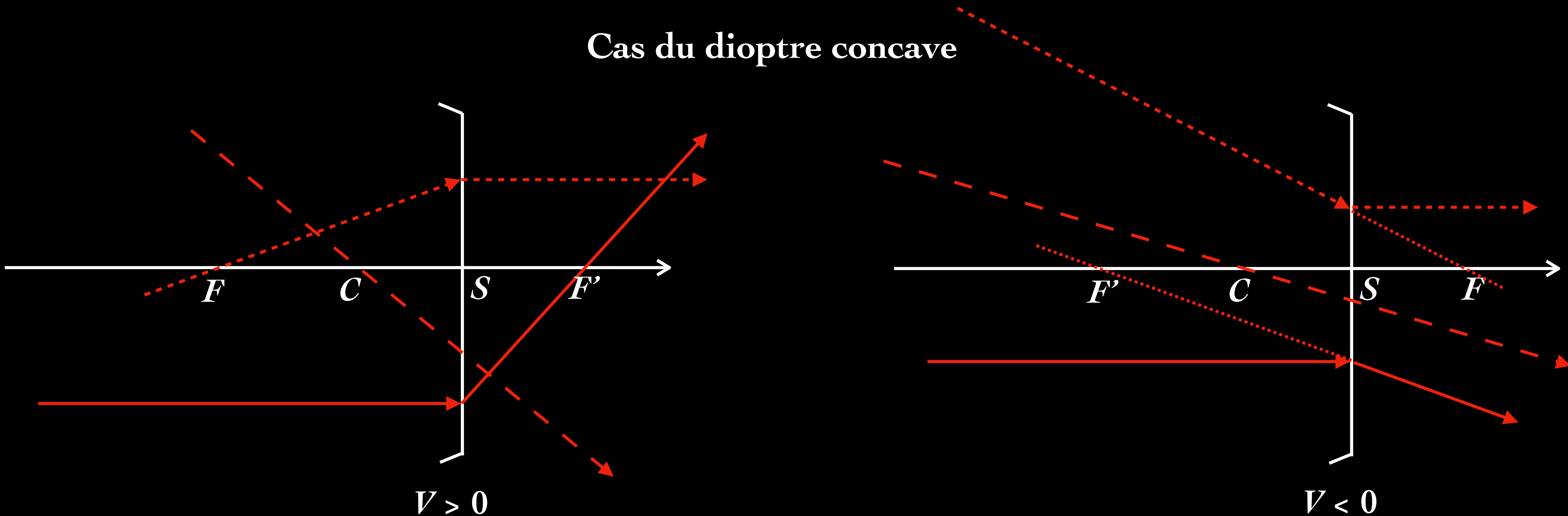
- Si $V < 0$ (cas divergent : convexe et $n_2<n_1$, ou concave et $n_2>n_1$), alors *F'* est du côté des rayons incidents et *F* du côté des rayons réfractés.

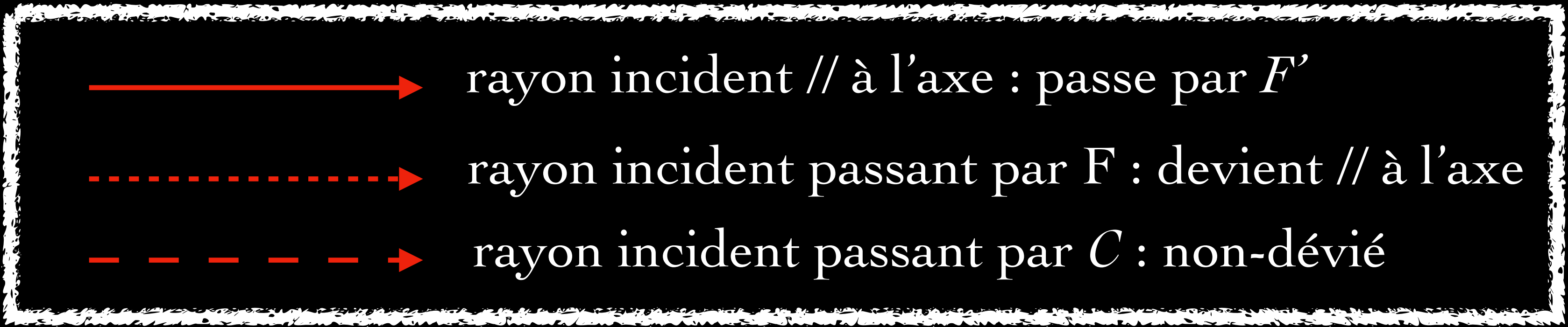
- Dans tous les cas, les rayons passant par le centre *C* ne sont pas déviés.

V - Dioptres sphériques

V.4 Tracé des rayons (2)

Cas du dioptre concave

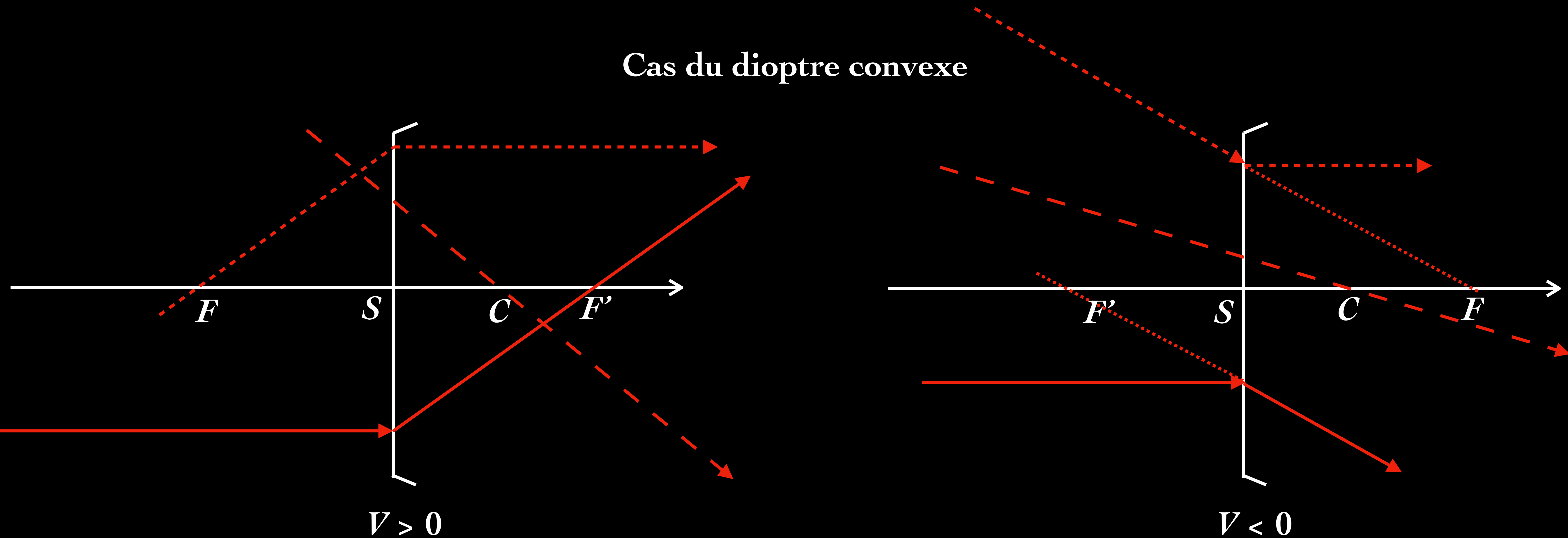




V - Dioptres sphériques

V.4 Tracé des rayons (2+)

Cas du dioptre convexe



rayon incident // à l'axe : passe par F'

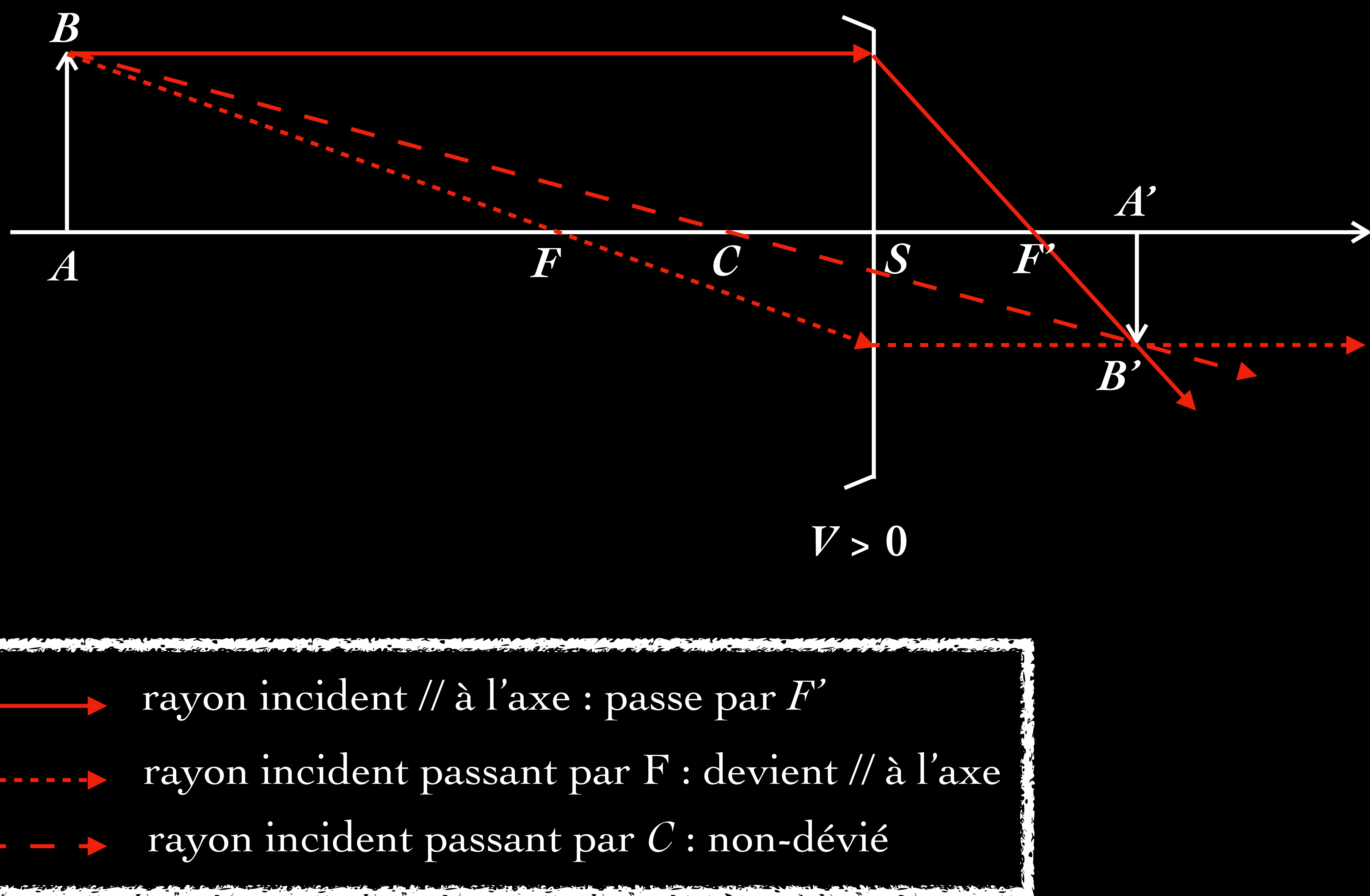
rayon incident passant par F : devient // à l'axe

rayon incident passant par C : non-dévié

V - Dioptres sphériques

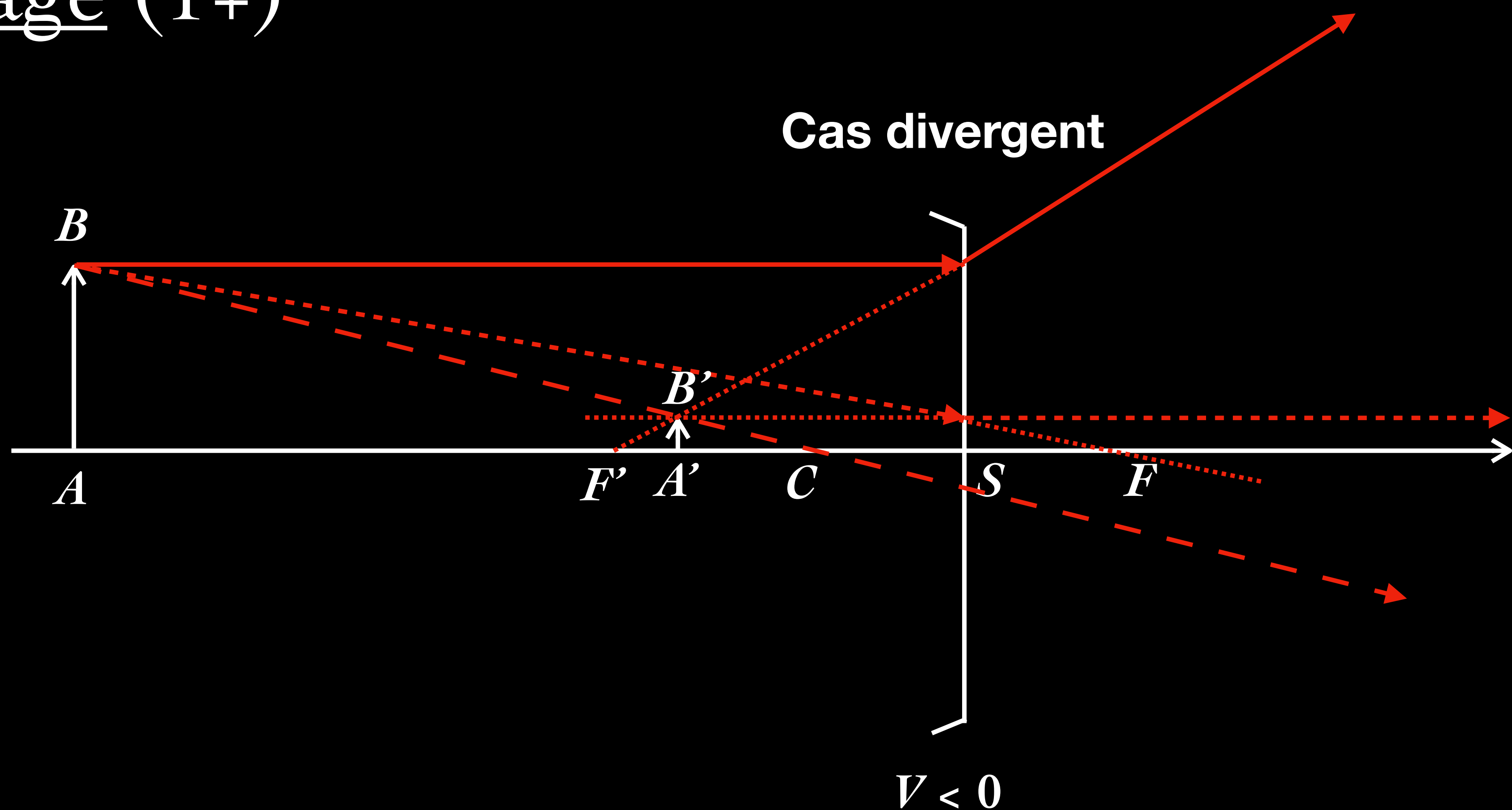
V.5 Image (1)

Cas convergent



V - Dioptres sphériques

V.5 Image (1+)



rayon incident // à l'axe : passe par *F'*

rayon incident passant par F : devient // à l'axe

rayon incident passant par *C* : non-dévié

V - Dioptres sphériques

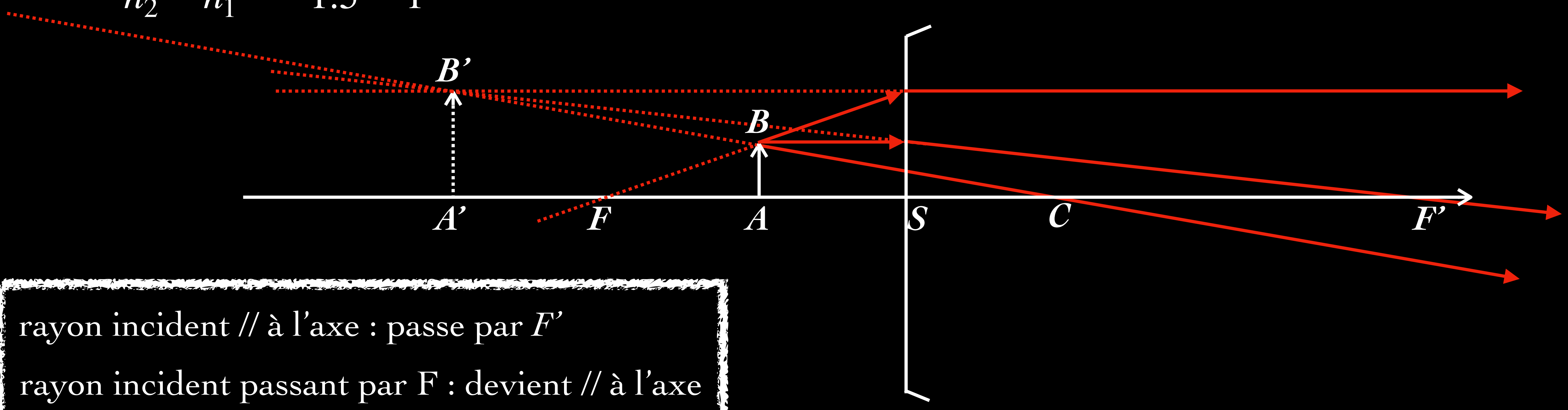
V.5 Image (2)

- Application : soit un dioptre convexe de rayon de courbure +2 cm qui sépare l'air (n_1=1) du verre (n_2=1.5) et un objet réel *AB* de taille 1 cm placé à 2 cm en amont dudit dioptre. Trouvons position et taille de *A'B'*.

$\overline{SC} = +2\,\text{cm},\ \overline{SA} = -2\,\text{cm}, \overline{AB} = +1\,\text{cm}$

$$\overline{SF} = \frac{-n_1\,\overline{SC}}{n_2 - n_1} = \frac{-1\text{x}0.02}{1.5-1} = -0.04\,\text{m} = -4\,\text{cm}$$

$$\overline{SF'} = \frac{n_2\,\overline{SC}}{n_2 - n_1} = \frac{1.5\text{x}0.02}{1.5-1} = +0.06\,\text{m} = +6\,\text{cm}$$



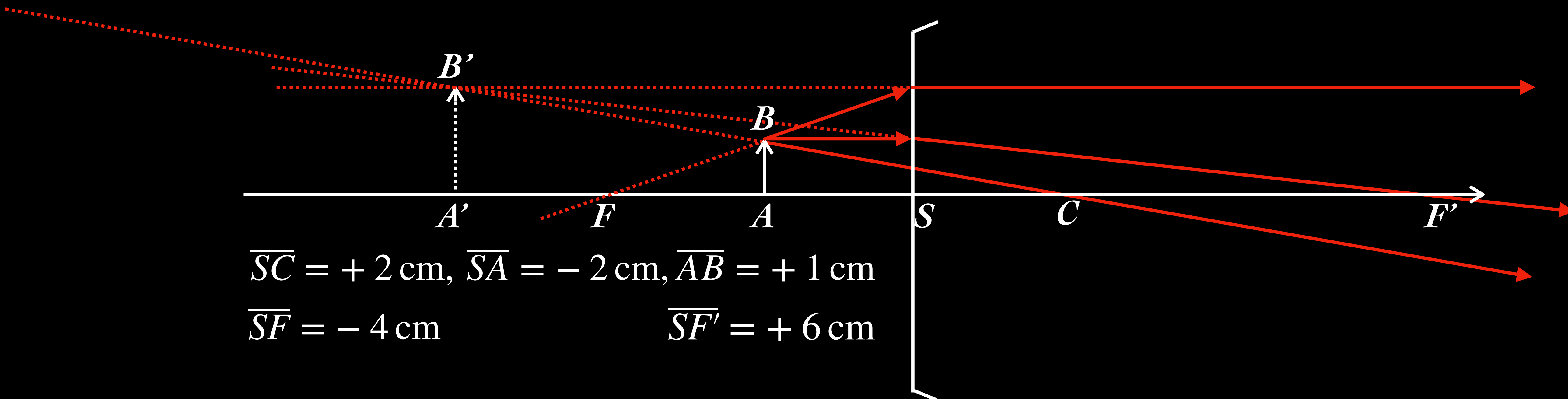
rayon incident // à l'axe : passe par *F'*

rayon incident passant par F : devient // à l'axe

rayon incident passant par *C* : non-dévié

V - Dioptres sphériques

V.5 Image (3)



$\overline{SC} = +\,2\,\text{cm},\ \overline{SA} = -\,2\,\text{cm},\ \overline{AB} = +\,1\,\text{cm}$

$\overline{SF} = -\,4\,\text{cm}$ $\qquad \overline{SF'} = +\,6\,\text{cm}$

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = V \Rightarrow \frac{n_2}{\overline{SA'}} = V + \frac{n_1}{\overline{SA}} \Rightarrow \frac{\overline{SA'}}{n_2} = \frac{1}{V + \frac{n_1}{\overline{SA}}} \Rightarrow \boxed{\overline{SA'} = \frac{n_2}{V + \frac{n_1}{\overline{SA}}}\ , \text{ avec : } V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}}$$

$$\text{A.N. : } \overline{SA'} = \frac{1.5}{\frac{1.5-1}{0.02} + \frac{1}{-0.02}} = -\,0.06\,\text{m} \Rightarrow \boxed{\overline{SA'} = -\,6\,\text{cm}}$$

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}\ ;\ \text{A.N. : } \gamma = \frac{1}{1.5}\left(\frac{-0.06}{-0.02}\right) = +\,2 \qquad \Rightarrow \boxed{\overline{A'B'} = \gamma\,\overline{AB}}\ ;\ \text{A.N. } \boxed{\overline{A'B'} = 2\text{x}1\,\text{cm} = 2\,\text{cm}}$$