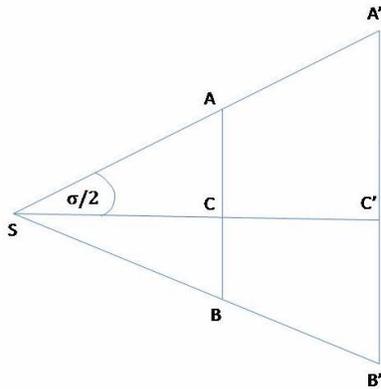


Éléments de correction des TD — Optique Géométrique

(Année universitaire 2020–2021 || L1 SV/CB/TV - Sem. 1 || Outils pour la Biologie)

1 Ombre portée



1. Il s'agit d'un disque de centre C' et de diamètre $A'B'$. Si on définit les points C et C' respectivement comme les milieux des segments AB et $A'B'$, le théorème de Thalès, appliqués aux triangles semblables SAC et $SA'C'$ donne :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{SC'}{SC} \Rightarrow A'B' = AB \frac{SC'}{SC}$$

Analyse dimensionnelle

Les membres (de droite et de gauche) de l'égalité sont bien homogènes (et de dimension L), en effet :

$$\left[AB \frac{SC'}{SC} \right] = [AB] \frac{[SC']}{[SC]} = L \frac{L}{L} = L$$

Application numérique

$$A'B' = 1.0 \text{ cm} \times \frac{3.0 \text{ m}}{1.0 \text{ m}} = 3.0 \text{ cm}$$

2. Les relations trigonométriques classiques pour les triangles rectangles donnent :

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{AC}{SC} = \frac{AB/2}{SC},$$

soit :

$$\alpha = 2 \arctan \frac{AB/2}{SC}.$$

Analyse dimensionnelle

Les membres (de droite et de gauche) de l'égalité sont bien homogènes (et de dimension 1).

Remarque

Homogénéité : les seules relations (équations) physiquement valides sont celles dont les membres de gauche et de droite ont la même dimension. On dit alors d'une telle équation qu'elle est *homogène*. Vérifier l'homogénéité des relations qu'on établit est une étape indispensable de la vérification de la validité physique d'un résultat.

Application numérique

$$\alpha = 2 \times \arctan \left(\frac{0.01 \text{ m}/2}{1 \text{ m}} \right) = 2 \times \arctan(0.005) \\ \Rightarrow \alpha \simeq 0.01 \text{ rad} \simeq 0.573^\circ$$

Remarque

Approximation : le rapport $(AB/2)/SC = 0.01$ étant petit devant 1, on aurait pu faire l'approximation $\arctan \left(\frac{AB/2}{SC} \right) \simeq \frac{AB/2}{SC}$, ce qui permet d'approcher le résultat avec une bonne précision et en se passant de calculatrice.

2 Analyse dimensionnelle

$V = \frac{n_2 - n_1}{R}$, d'où :

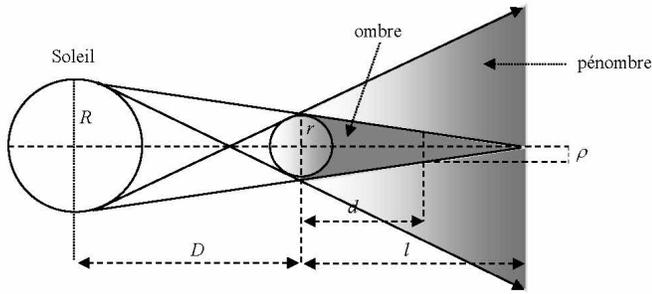
$$[V] = \left[\frac{n_2 - n_1}{R} \right] = \frac{[n_2 - n_1]}{[R]} = \frac{[n_2]}{[R]} = \frac{1}{L} = L^{-1}.$$

Donc une vergence est homogène à l'inverse d'une longueur. On verra plus loin qu'elle se mesure en *dioptries*.

Remarque

Règles de composition : la dimension du produit (ou du rapport) entre deux grandeurs physiques est le produit (ou le rapport) des dimensions de ces deux grandeurs physiques : $[a b] = [a] [b]$ et $[a/b] = [a]/[b]$. Par contre, les dimensions ne s'ajoutent pas (ni se retranchent). Deux grandeurs physiques additionnées (ou retranchées) doivent être de même dimension (c'est-à-dire homogènes). La dimension d'une somme (ou d'une différence) est donc la dimension de l'une des deux grandeurs additionnées (ou retranchées) : $[a + b] = [a] = [b]$ et $[a - b] = [a] = [b]$.

3 Éclipse de Lune



1. Le théorème de Thalès donne :

$$\begin{aligned} \frac{l}{D+l} &= \frac{2r}{2R} \\ \Leftrightarrow l &= \frac{r}{R}(D+l) \\ \Leftrightarrow l(1-r/R) &= Dr/R \\ \Leftrightarrow l &= \frac{r/R}{1-r/R}D = \frac{D}{R/r-1} \end{aligned}$$

Analyse dimensionnelle

$$\begin{aligned} [l] &= L \\ \left[\frac{D}{R/r-1} \right] &= [D]/[R/r] = L/1 = L : \text{ok.} \end{aligned}$$

Application numérique

$$l \simeq 1.398 \times 10^6 \text{ km.}$$

Remarque

Approximation : comme $R/r \simeq 100$ (grand devant 1), on peut aussi faire l'approximation $R/r - 1 \simeq R/r \Rightarrow l = \frac{D}{R/r-1} \simeq Dr/R$.

2. De la même façon, le théorème de Thalès donne également :

$$\frac{2\rho}{2r} = (l-d)/l \Leftrightarrow \rho = r \times \frac{l-d}{l} = r(1-d/l)$$

Analyse dimensionnelle

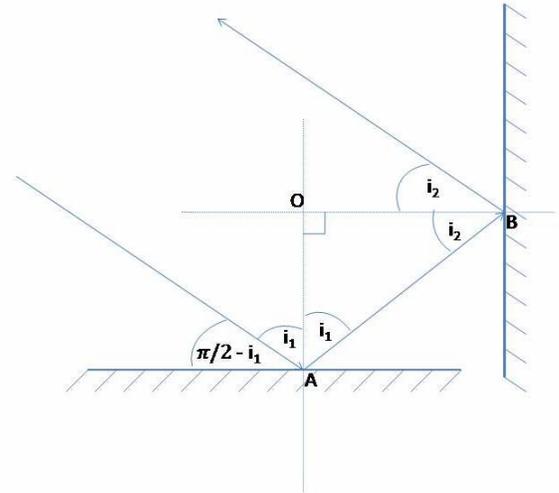
$$\begin{aligned} [\rho] &= L, \\ [r(1-d/l)] &= [r]/[d/l] = L/1 = L : \text{ok.} \end{aligned}$$

Application numérique

$$\rho \simeq 4.620 \times 10^3 \text{ km}$$

3. $r_{\text{Lune}} < \rho \Rightarrow$ les éclipses totales de Lune sont possibles.

4 Dièdre droit

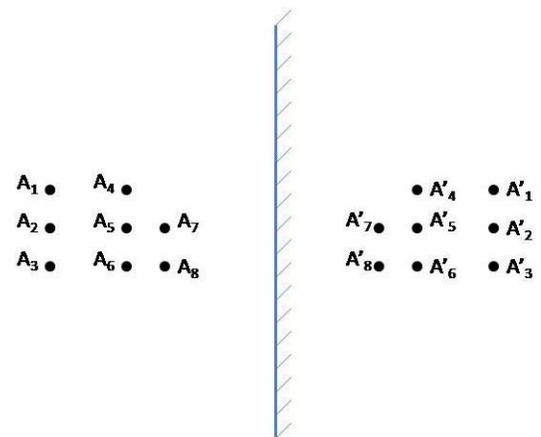


Prouver que le rayon incident est parallèle au rayon réfléchi est équivalent à prouver que les deux rayons font un angle de π entre eux, c'est-à-dire que $i_1 + i_1 + i_2 + i_2 = 2i_1 + 2i_2 = \pi$.

Or, dans le triangle OAB ($\triangle OAB$), la somme des angles vaut π , on a donc :

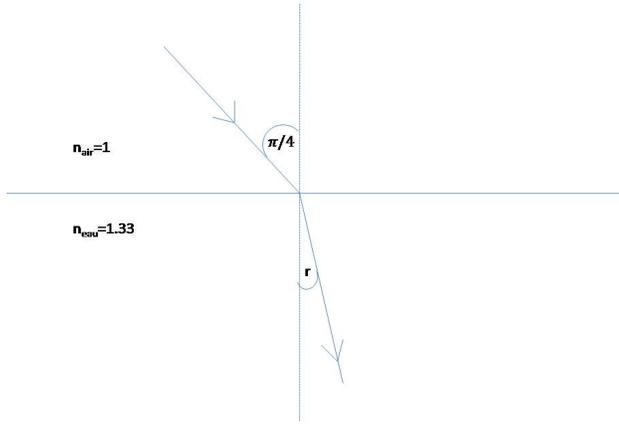
$$\frac{\pi}{2} + i_1 + i_2 = \pi \Rightarrow i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2i_1 + 2i_2 = \pi$$

5 Image d'un camion



L'image d'un point par un miroir plan est situé au point symétrique de l'objet par rapport au miroir plan. Compte tenu de la figure ci-dessus, il est évident que le choix correct est le choix numéro 1.

6 Dioptre plan air-eau



Comme le rayon lumineux passe de l'air ($n_{\text{air}} = 1$) dans un milieu plus réfringent ($n_{\text{eau}} = \frac{4}{3} \simeq 1.33$), le rayon réfracté se rapproche de la normale au dioptre.

Pour calculer la valeur exacte de l'angle (le schéma préliminaire ci-dessus n'est pas à l'échelle de ce point de vue), on utilise la loi de Snell-Descartes :

$$\begin{aligned} n_{\text{air}} \sin \frac{\pi}{4} &= n_{\text{eau}} \sin r \Rightarrow 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{3} \sin r \\ \Rightarrow \sin r &= \frac{3\sqrt{2}}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow r &= \arcsin\left(\frac{3}{8}\sqrt{2}\right) \end{aligned}$$

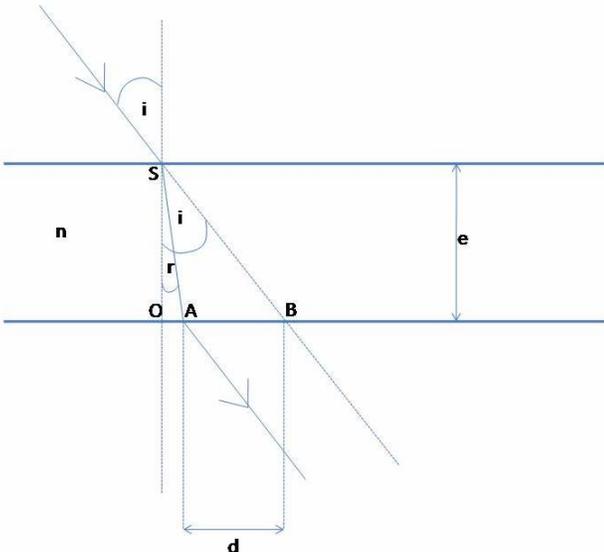
Analyse dimensionnelle

Les membres de gauche comme de droite de l'égalité sont sans dimension : ok.

Application numérique

$r \simeq 0.559 \text{ rad} \simeq 32^\circ$.

7 lame à faces parallèles



1. Le rayon lumineux va de l'air dans un milieu plus réfringent (le verre) donc il se rapproche de la normale au dioptre. La loi de Snell-Descartes s'écrit ici :

$$1 \times \sin i = n \times \sin r \Rightarrow r = \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right)$$

On a également, par simple définition de la tangente dans les triangles rectangles SOA et SOB :

$$\left. \begin{aligned} \tan r &= \frac{OA}{SO} \\ \tan i &= \frac{OB}{SO} \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = OB - OA = SO(\tan i - \tan r)$$

$$\Rightarrow d = e(\tan i - \tan r)$$

Soit $d = e \left[\tan i - \tan \left(\arcsin \frac{\sin i}{n} \right) \right]$

2. Le résultat obtenu à la première question montre que la translation est fonction de l'indice de réfraction. Comme le bleu et le rouge ont des indices de réfraction différents, les translations correspondantes sont également différentes. On a ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta d &= d_R - d_B \\ &= e \left[\tan \left(\arcsin \frac{\sin i}{n_B} \right) - \tan \left(\arcsin \frac{\sin i}{n_R} \right) \right] \end{aligned}$$

Analyse dimensionnelle

Le terme entre crochets est sans dimension (tangentes) et e est bien homogène à d (et de dimension L).

Application numérique

$\sin \pi/6 = 0.5$, donc :

$$\begin{aligned} \Delta d &= 2.4 \times 10^{-2} \left(\tan \left(\arcsin \frac{0.5}{1.62} \right) - \tan \left(\arcsin \frac{0.5}{1.58} \right) \right) \\ \Rightarrow \Delta d &\simeq -2.2 \times 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow \Delta d \simeq -0.022 \text{ cm} \end{aligned}$$

8 Angle de réfraction limite

Comme vu en cours, l'angle de réfraction limite pour un dioptre entre les milieux d'indices n_1 et n_2 correspond à la limite mathématique $i_1 \rightarrow \pi/2$, où i_1 est l'angle d'incidence et i_2 l'angle réfracté. La loi de Snell-Descartes s'exprimant :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 ,$$

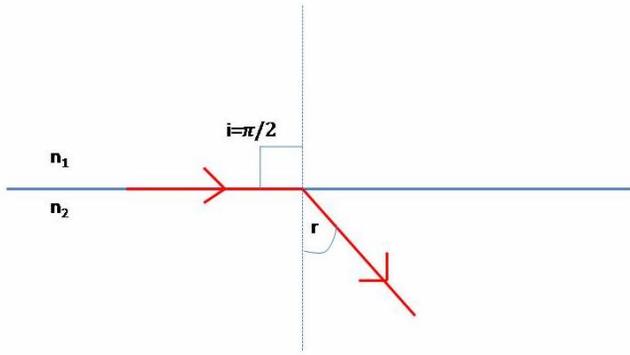
ça donne à la limite où $i_1 \rightarrow \pi/2$, l'angle Λ_2 pour i_2 tel que :

$$\Lambda_2 = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$$

Application numérique

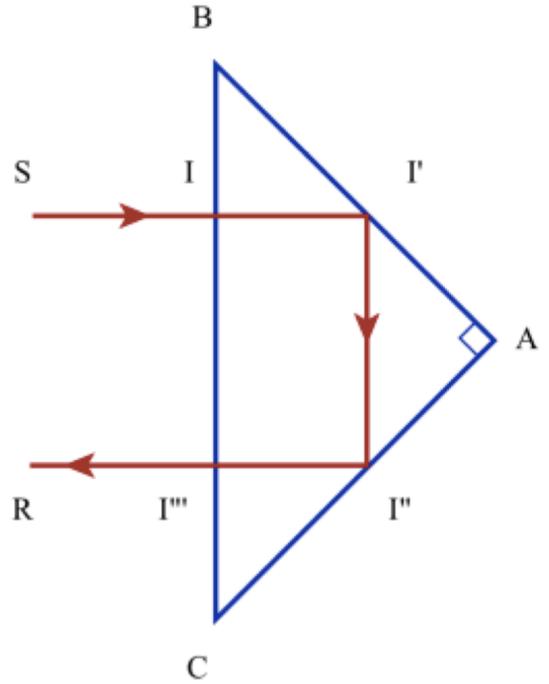
Cas eau/verre : $\Delta_2 \simeq 1.090 \text{ rad} \simeq 62.5^\circ$.

Cas air/verre : $\Delta_2 \simeq 0.7297 \text{ rad} \simeq 41.8^\circ$.



Remarque

Cette construction n'a de sens que dans le sens du milieu le moins réfringent vers le milieu le plus réfringent ($n_1 < n_2$).



9 Angle de réflexion totale

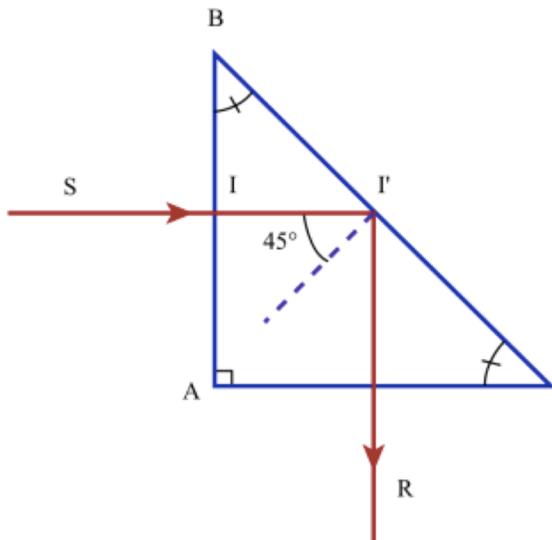
Remarque

Par symétrie du problème, l'angle de réflexion totale quand on passe de l'air ($n_1 = 1$) vers le verre ($n_2 = 1.5$) est le même que l'angle de réfraction limite quand on passe du verre ($n_1 = 1.5$) vers l'air ($n_2 = 1$). On va donc retomber ici pour Λ_1 sur la valeur trouvée à l'exercice précédent pour Λ_2 .

Angle de réflexion totale ici :

$$\Lambda_1 = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \simeq 0.7297 \text{ rad} \simeq 41.8^\circ .$$

1. Équerre optique :

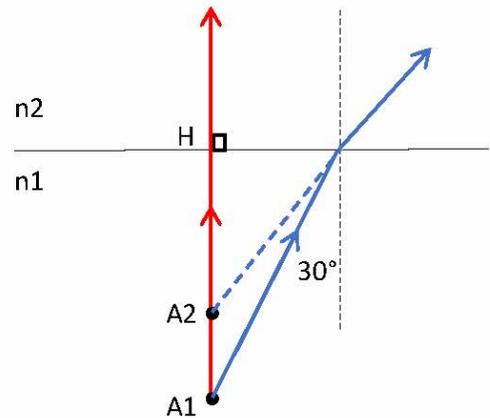


2. Coin de cube bi-dimensionnel :

10 Un poisson dans l'eau

1. L'image d'un point par un dioptre plan est le point d'intersection des rayons réfractés. Il faut donc choisir deux rayons pour la construction. L'image est virtuelle.

Il s'agit d'une propagation vers un milieu moins réfringent. Il faut choisir deux angles incidents inférieurs à l'angle limite de réflexion totale (48.6° ici).



1. Incidence normale

2. $i = 30^\circ$ (limite pour les conditions de Gauss)

$$\Rightarrow r = \arcsin(4/3 \sin(30^\circ)) = \arcsin(2/3) = 41,8^\circ$$

Remarque

Construction: le seul rayon particulier disponible est le rayon normal au dioptre, qui ne peut être dévié (par conservation de symétrie). Pour le tracé d'un second rayon, on peut respecter qualitativement la physique du problème tant qu'on dessine le rayon réfracté comme s'éloignant de la normale au dioptre, et en conséquence l'image de A1 plus proche de la surface de l'eau que l'objet. Pour référence (calcul via la loi de Snell-Descartes), si on construit un rayon incident à 30°, l'angle de réfraction sera $\sim 41.8^\circ$.

Remarque

Conditions de Gauss: la construction effectuée ici n'est valable que dans les conditions de Gauss (petits angles), permet l'approximation $\sin(\text{angle}) \simeq \text{angle}$ pour l'établissement de la loi de conjugaison utilisée. L'angle de $\pi/6$ (30 degrés) choisi ici, bien que relativement grand, respecte cette condition avec seulement 4% d'erreur... En effet: $\sin(\pi/6) = 0.5$ et $\pi/6 \simeq 0.52$.

2. La relation de conjugaison pour un dioptre plan s'écrit

$$\frac{n_1}{\overline{HA_1}} = \frac{n_2}{\overline{HA_2}} \Rightarrow \overline{HA_2} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HA_1}$$

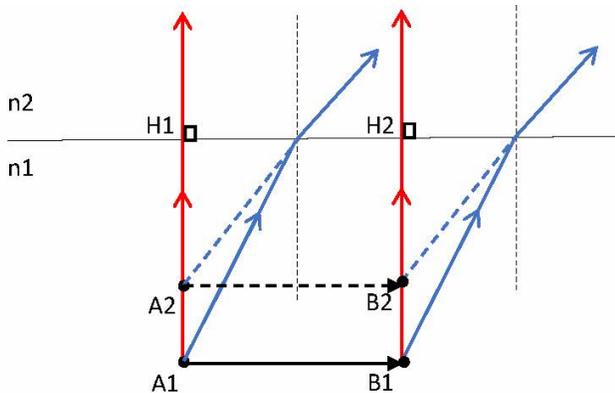
Analyse dimensionnelle

$[\overline{HA_2}] = L$ et $[\frac{n_2}{n_1} \overline{HA_1}] = [\frac{n_2}{n_1}] [\overline{HA_1}] = 1 \times L = L$
 \Rightarrow ok.

Application numérique

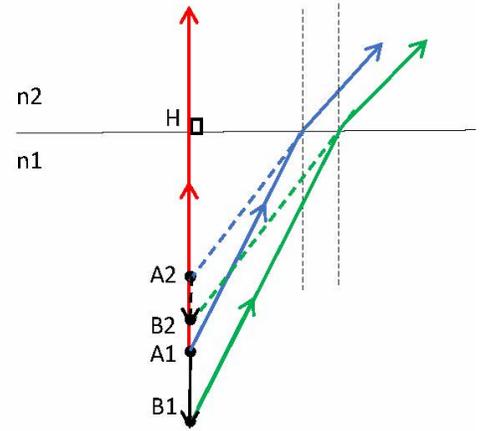
$$\overline{HA_2} = -0.75 \text{ m}$$

3. Par construction: on mesure aisément que $\overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1} = +10 \text{ cm}$ et donc que $\gamma_{\text{trans}} = +1$.



Par le calcul: de la même façon que l'on déduit à la question précédente que $\overline{H_1A_2} = -0.75 \text{ m}$, on déduit que l'on a aussi $\overline{H_2B_2} = -0.75 \text{ m}$. On peut tout simplement ensuite partir du résultat de cours $\gamma_{\text{trans}} = +1$ pour en déduire que $\overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1} = +10 \text{ cm}$.

4. Par construction: on mesure aisément que $\overline{A_2B_2} \simeq +7.5 \text{ cm}$ et donc que $\gamma_{\text{trans}} \simeq +0.75$.



Par le calcul: dans le cas longitudinal (objet vertical), il faut un peu plus travailler... les relations de conjugaison donnent pour les paires (A_1, A_2) et (B_1, B_2) :

$$\overline{HA_2} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HA_1} \text{ et } \overline{HB_2} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HB_1}$$

Ainsi on obtient:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{long}} &= \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \\ &= \frac{\overline{A_2H} + \overline{HB_2}}{\overline{A_1H} + \overline{HB_1}} \\ &= \frac{\frac{n_2}{n_1} \overline{A_1H} + \frac{n_2}{n_1} \overline{HB_1}}{\overline{A_1H} + \overline{HB_1}} = \frac{n_2}{n_1} \end{aligned}$$

Analyse dimensionnelle

$[\gamma_{\text{long}}] = 1$ et $[\frac{n_2}{n_1}] = 1$: ok.

Application numérique

$$\gamma_{\text{long}} = 0.75$$

Là aussi, on pouvait aussi tout simplement partir du résultat de cours $\gamma_{\text{long}} = \frac{n_2}{n_1}$. Ce qui précède en constitue une démonstration.

De ce résultat sur le grandissement longitudinal, on déduit ensuite aisément que:

$$\overline{A_2B_2} = \gamma_{\text{long}} \overline{A_1B_1} = +7.5 \text{ cm}$$

11 Dioptres sphérique

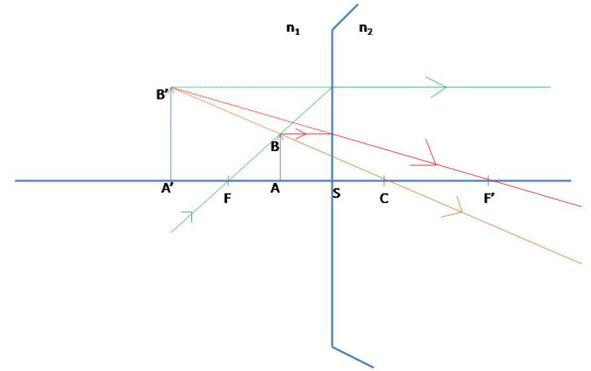
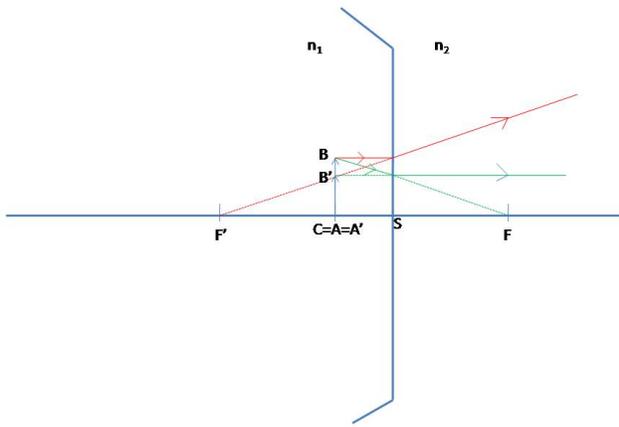
Remarque

Toutes les conventions de cours (vergence, rayon de courbure, relations de conjugaison) concernant le dioptre utilisent la convention d'orientation de l'espace de l'objet/source (à gauche sur les schémas qui suivent) vers l'image (à droite), soit dans la direction de la lumière incidente.

1. Comme $\overline{SC} = -2 \text{ cm} < 0$, il s'agit d'un dioptre concave.

Sa vergence s'écrit $V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = +0.5 / (-0.02)$, soit $V = -25 \delta < 0$, donc le dioptre est divergent.

2. Foyers : $\overline{SF} = \frac{-n_1}{V} = +4 \text{ cm}$, $\overline{SF'} = \frac{n_2}{V} = -6 \text{ cm}$.



convexe, convergent.

$$V = +25\delta, \overline{SF} = -4 \text{ cm}, \overline{SF'} = +6 \text{ cm}.$$

- (b) $n_1 \leftrightarrow n_2$

concave, convergent.

$$V = +25\delta, \overline{SF} = -6 \text{ cm}, \overline{SF'} = +4 \text{ cm}.$$

La relation de conjugaison pour le dioptre sphérique s'écrit :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = V \Rightarrow \overline{SA'} = \frac{n_2}{\frac{n_1}{\overline{SA}} + V}.$$

Analyse dimensionnelle

On a : $[\overline{SA'}] = L$.

Et : $[\frac{n_1}{\overline{SA}}] = 1/L$ et $[V] = 1/L$: la somme de ces deux termes est bien possible, et sa dimension vaut $1/L$, donc

$$[\frac{n_2}{\frac{n_1}{\overline{SA}} + V}] = [n_2] \times L = 1 \times L = L : \text{ok.}$$

Application numérique

$\overline{SA'} = -2 \text{ cm}$: la position de l'image est confondue avec celle de l'objet.

Par ailleurs on a, pour le grandissement γ :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \overline{AB}$$

Analyse dimensionnelle

$[\overline{A'B'}] = L$.

$$[\frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \overline{AB}] = \frac{1}{1} \times \frac{L}{L} \times L = L : \text{ok.}$$

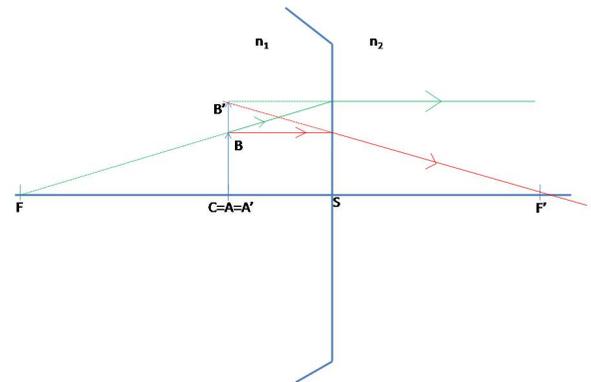
Application numérique

$$\overline{A'B'} = 0.667 \text{ cm}$$

3. Trois cas supplémentaires peuvent être traités. La question (1) est triviale. La question (2) consiste principalement à refaire la construction graphique et les applications numériques.

- (a) $R \rightarrow -R$

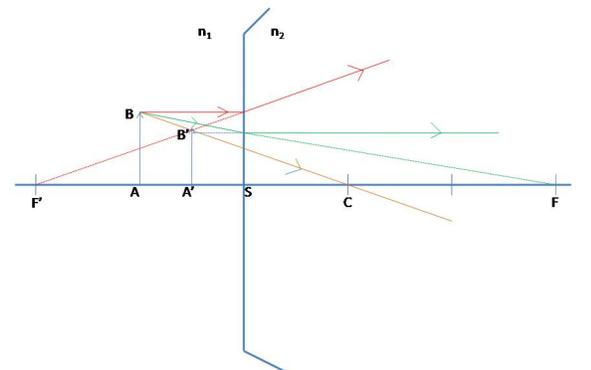
convexe, convergent



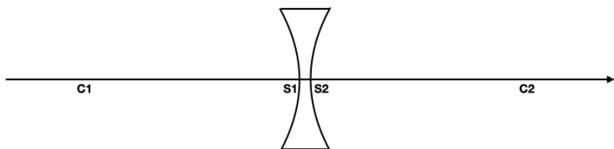
- (c) les deux à la fois (le cas demandé dans l'énoncé)

convexe, divergent

$$V = -25\delta, \overline{SF} = +6 \text{ cm}, \overline{SF'} = -4 \text{ cm}.$$



12 Lentille biconcave



1.

Rappel de cours : la relation de conjugaison de chacun des dioptries s'écrit

$$\frac{n}{S_1 A_1} - \frac{1}{S_1 A} = \frac{n-1}{S_1 C_1} = V_1$$

et

$$\frac{1}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_1} = \frac{1-n}{S_2 C_2} = V_2$$

On se place dans les approximations de la lentille mince: $S_1 = S_2 = O$ et $V = V_1 + V_2$ (le terme contenant l'épaisseur de la lentille est ici négligé dans l'expression de V). La somme des deux équations précédentes donne la relation de conjugaison de la lentille mince. En écrivant $R_1 = \overline{OC_1}$ et $R_2 = \overline{OC_2}$ pour alléger :

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Remarque: autrement dit, l'ensemble formé par les deux dioptries sphériques a une vergence équivalente $V = V_1 + V_2$ (soit $1/V = f'$), soit par définition la vergence de la lentille mince.

2. Réduisons gaiement la relation telle que

$$\begin{aligned} V = \frac{1}{f'} &= (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ &= (n-1) \left(-\frac{1}{2R_2} - \frac{1}{R_2} \right) \\ &= -\frac{3n-1}{2R_2} \end{aligned}$$

Donc $R_2 = -\frac{3}{2}(n-1)f'$.

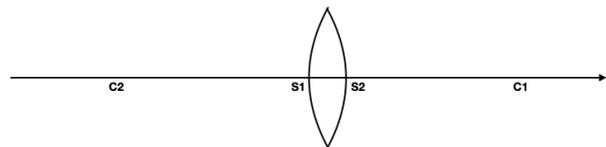
Analyse dimensionnelle

$$[V] = L^{-1}$$

$$\left[-\frac{3n-1}{2R_2} \right] = [n]/[R_2] = 1/L : \text{ok.}$$

Application numérique

$$R_2 = \overline{OC_2} = 4.5 \text{ cm}, R_1 = \overline{OC_1} = -9 \text{ cm.}$$



3.

$\overline{OC_2} = -\frac{3}{2}(n-1)f'$ et $\overline{OC_1} = -2\overline{OC_2}$ toujours valables mais avec $\overline{OC_2} < 0 \Rightarrow f' > 0$ pour une lentille biconvexe $\Rightarrow f' = 6 \text{ cm}$.

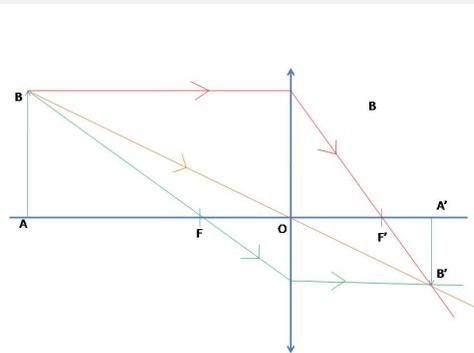
On trouve $R_2 = \overline{OC_2} = -4.5 \text{ cm}, R_1 = \overline{OC_1} = 9 \text{ cm}$.

13 Photographe

1. L'objectif d'un appareil photo forme d'un objet réel éloigné une image qui doit s'imprimer sur le capteur situé en arrière de l'objectif.

Remarque

On assimile l'objectif à une lentille mince convergente, qui forme d'un objet éloigné une image renversée.



Ainsi l'image est renversée et le grandissement vaut

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{0.01}{2} = -0.005.$$

2. Le théorème de Thalès permet d'écrire (mais c'est aussi la définition d'un grandissement) :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{OA'} = \gamma \overline{OA}$$

Comme l'objet est situé à $\overline{OA} = -4 \text{ m}$ (< 0 car objet réel), on obtient pour la position de l'image $\overline{OA'} = +2 \text{ cm} > 0$: l'image est réelle.

3. La formule de conjugaison pour les lentilles minces s'écrit

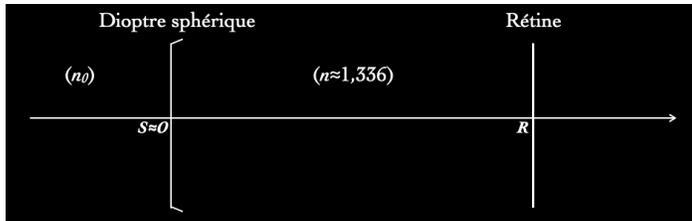
$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V$$

Ainsi on obtient $f' \approx 1.99 \text{ cm}, V = 50.25\delta$. L'image est pratiquement au foyer image.

Remarque

On pouvait anticiper la conclusion en remarquant que $\overline{OA} \gg f'$. On est donc proche de la limite $\overline{OA} \rightarrow -\infty \Rightarrow \overline{OA'} \rightarrow f'$, qui définit le foyer image.

14 Trois yeux



- Si on note $n_0 = 1$ l'indice de réfraction de l'air, la relation de conjugaison d'un dioptre sphérique (modèle de l'oeil réduit) donne $V = \frac{n-n_0}{SC}$.

Analyse dimensionnelle

$$[V] = L^{-1} \text{ et } \left[\frac{n-n_0}{SC}\right] = [n]/L = 1/L : \text{ok.}$$

Application numérique

$$V = \frac{1.33-1}{+5.6 \times 10^{-3}} = 60 \delta$$

- La relation de conjugaison du dioptre sphérique donne également $\frac{n}{SA'} - \frac{n_0}{SA} = V$. Donc, si \overline{SA} tend vers l'infini, alors $\overline{SA'} \simeq \frac{n}{V}$.

Analyse dimensionnelle

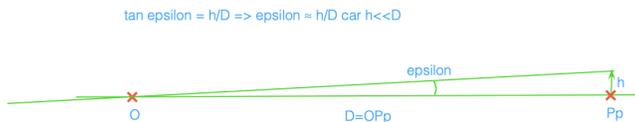
$$[\overline{SA'}] = L \text{ et } \left[\frac{n}{V}\right] = 1/L^{-1} = L : \text{ok.}$$

Application numérique

$$\overline{SA'} \simeq 22.3 \text{ mm.}$$

- $L_1 = 22.3 \text{ mm}$: l'image se forme au bon endroit \Rightarrow œil sans défaut de vision de loin. Œil emmétrope (ou éventuellement presbyte mais les données de l'énoncé ne permettent pas de conclure sur ce point).
- $L_2 = 24.3 \text{ mm}$: l'image se forme avant la rétine \Rightarrow œil myope.
- $L_3 = 20.9 \text{ mm}$: l'image se forme après la rétine \Rightarrow œil hypermétrope.

15 Pouvoir séparateur de l'œil



- Par définition, le pouvoir séparateur de l'œil est l'angle ϵ sous lequel est vu le plus fin détail discernable. Si on note D la distance objet/œil et h la taille du plus fin détail vu à cette distance, on a $\tan \epsilon = \frac{h}{D}$. Or, comme $\frac{h}{D} \ll 1$ ici, on peut faire l'approximation $\epsilon \simeq \tan \epsilon = \frac{h}{D}$.

Analyse dimensionnelle

$$[\epsilon] = 1 \text{ et } \left[\frac{h}{D}\right] = L/L = 1 : \text{ok.}$$

Application numérique

$$\epsilon \simeq \frac{0.1}{250} \simeq 4 \times 10^{-4} \text{ rad} \simeq 0.023^\circ$$

- La condition souhaitée par le fabricant de téléviseur est que la taille Δx d'un pixel respecte $\Delta x/D \leq \epsilon$ pour une distance $D = 2 \text{ m}$. Soit $\Delta x \leq D\epsilon$.

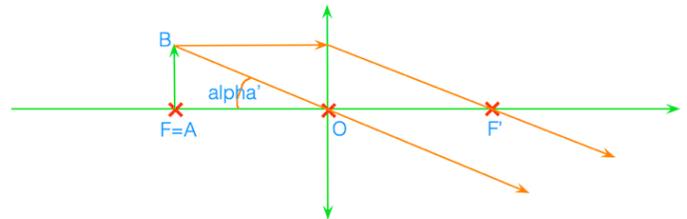
Analyse dimensionnelle

$$[\Delta x] = L \text{ et } [D\epsilon] = L \times 1 = L : \text{ok.}$$

Application numérique

$$\Delta x \leq 8 \times 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow \Delta x \leq 0.8 \text{ mm}$$

16 Loupe/oculaire



- Par définition $P = \frac{\alpha'}{AB}$, or $\alpha' \simeq \frac{AB}{f'}$ (construction), donc $P \simeq \frac{AB/f'}{AB} = \frac{1}{f'} = V$

Analyse dimensionnelle

$$[P] = 1/L \text{ et } [1/f'] = 1/L \text{ et } [V] = 1/L : \text{ok.}$$

Application numérique

$$P = \frac{1}{0.02 \text{ m}} = 50 \delta$$

- Pour la loupe, on sait que $G_c = P/4$ (4 étant ici une constante en dioptries).

Analyse dimensionnelle

$[P] = 1/L$ et la constante 4 n'est pas ici adimensionnelle, elle provient de $1/OP_p$ avec $OP_p = 0.25 \text{ m}$, elle a donc une dimension $1/L$.

On a donc $[G_c] = (1/L)/(1/L) = 1 : \text{ok.}$

Application numérique

$$G_c = \frac{50}{4} = 12.5$$

- $\alpha' \simeq \frac{AB}{f'} \Rightarrow \epsilon \simeq \frac{AB_{\min}}{f'} \Rightarrow AB_{\min} \simeq \epsilon f'$.

Analyse dimensionnelle

$$[AB_{\min}] = L \text{ et } [\epsilon f'] = [\epsilon] \times [f'] = 1 \times L = L : \text{ok.}$$

Application numérique

$$AB_{\min} \simeq 0.0004 \times 0.02 = 4 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-2}$$

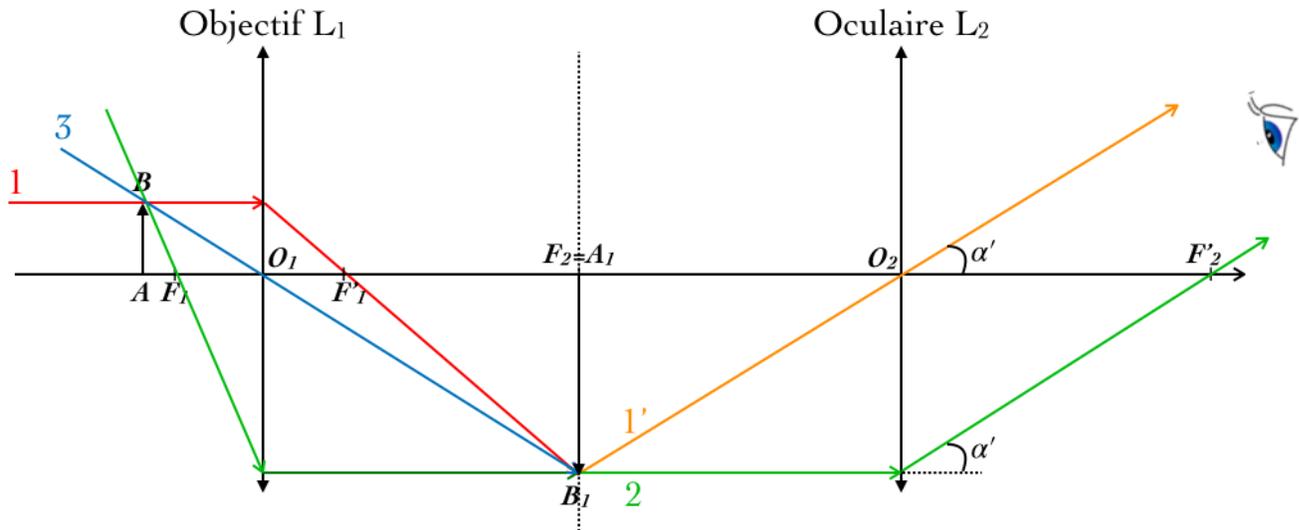
$$\Rightarrow AB_{\min} \simeq 8 \times 10^{-6} \text{ m} = 8 \mu\text{m} \text{ (8 microns).}$$

$$\text{Comparaison avec } 0.1 \text{ mm} : \frac{10^{-4}}{8 \times 10^{-6}} = \frac{100}{8} = 12.5.$$

On voit donc des détails 12.5 fois plus petits !

17 Microscope

1. Pour que l'œil de l'observateur soit au repos, il faut que l'image $A'B'$ se forme à l'infini. Par conséquent, l'image intermédiaire A_1B_1 doit nécessairement être dans le plan focal objet de l'oculaire (A_1 est donc confondu avec F_2).
2. $AB=0.8\text{ cm} \Rightarrow A_1B_1$ en F_2 (à travers l'objectif) $\Rightarrow A'B'$ à l'infini (à travers l'oculaire) \Rightarrow rétine (à travers l'œil).



- (a) On trace le rayon n.1 (en rouge sur la figure) qui passe par B (dont on ne connaît pas encore la position exacte) et qui est parallèle à l'axe optique : il sort de la lentille L_1 en passant par F_1' puis par B_1 qui est à l'aplomb de A_1 (A_1 étant confondu avec F_2 – voir question précédente). Le rayon qui part de B_1 et passe par O_2 va former l'image B' à l'infini (en orangé sur la figure).
 - (b) Le rayon n.2 qui part de B_1 parallèlement à l'axe optique (en vert sur la figure) ressort de L_2 en passant par F_2' , et ce rayon est parallèle au précédent qui passait par O_2 . Avant B_1 , ce rayon, avant de rencontrer L_1 , venait de B en passant par $F_1 \Rightarrow$ on trouve ainsi B (intersection du rayon n.1 et du rayon n.2), et donc A (qui est naturellement à l'aplomb de B).
 - (c) Pour vérifier B_1 , on peut tracer le rayon n.3 (en bleu sur la figure) qui part de B et passe par O_1 puis B_1 .
3. On a déjà vu que la puissance de l'oculaire s'exprime : $P_{oc} = \frac{\alpha'}{A_1B_1} = \frac{A_1B_1/f_2}{A_1B_1} = \frac{1}{f_2}$.

Analyse dimensionnelle

C'est également un résultat de cours, inutile de re-vérifier sa validité dimensionnelle.

Application numérique

$$P_{oc} = 1/0.05 = 20 \delta$$

Par ailleurs la puissance du microscope s'écrit $P_M = \frac{\alpha'}{AB}$. On peut multiplier en haut et en bas par A_1B_1 pour faire apparaître le rapport $\frac{A_1B_1}{AB}$, et donc le fait que $AB = \frac{A_1B_1}{|\gamma_1|}$. On a donc : $P_M = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{1}{f_2} |\gamma_1|$.

D'ici, il suffit d'établir l'expression du grandissement $|\gamma_1| = \frac{O_1A_1}{O_1A} = \frac{O_1F_2}{O_1A}$, avec $O_1F_2 = O_1O_2 - F_2O_2 = 5\text{ cm}$ et O_1A satisfait la relation de conjugaison

$$\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1'}$$

d'où

$$O_1A = \left| \frac{1}{\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{f_1'}} \right|$$

Application numérique

$$O_1A = 1.25\text{ cm}, \text{ d'où } |\gamma_1| = 4 \text{ et } P_M = 4P_{oc} = 80 \delta$$

$$4. G_{oc} = \frac{OP_p}{f_{oc}'} = \frac{P_{oc}}{4} = 5.$$

$$G_M = |\gamma_{obj}| G_{oc} = |\gamma_{obj}| \times 5 = 20.$$

\Rightarrow on peut donc observer des objets 20 fois plus petits qu'à l'œil nu, i.e. jusqu'à $\frac{0.1\text{ mm}}{20} = 5\ \mu\text{m}$.