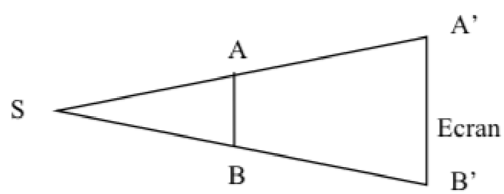
Fascicule de TD — Optique Géométrique

(Année universitaire 2020–2021 ‖ L1 SV/CB/TV - Sem. 1 ‖ Outils pour la Biologie)

1 Ombre portée

Un disque opaque AB de 1 cm de diamètre est placé à 1 m d'une source lumineuse ponctuelle S. On place un écran pour observer l'ombre portée $A'B'$, à 3 m de S et tel que schématiquement représenté sur la figure suivante.



1. Quelles sont les caractéristiques de l'ombre portée ?

2. Que vaut l'angle α au sommet du cône d'ombre ?

2 Analyse dimensionnelle

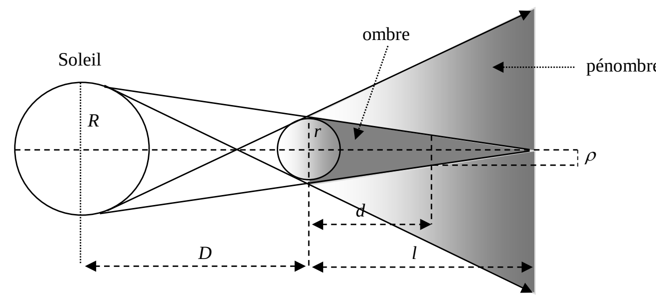
Comme nous le verrons plus loin, la vergence V d'un dioptre sphérique est exprimée comme :

$$V = \frac{n_2 - n_1}{R} ,$$

n_1 et n_2 étant des indices de réfraction et R une longueur. En déduire la dimension d'une vergence quelconque.

3 Éclipse de Lune

Le Soleil de rayon R est situé à la distance D de la Terre de rayon r. Le système Soleil-Terre donne naissance à une zone d'ombre et une zone de pénombre (voir figure ci-après, pas à l'échelle). La zone d'ombre est délimitée par les tangentes extérieures au système, celle de pénombre par les tangentes intérieures. On fait l'approximation que ces tangentes se croisent aux pôles (de la Terre et du Soleil). Les deux zones ont une forme conique et apparaissent comme des triangles dans le plan passant par les centres du Soleil et de la Terre.



(R=690 000 km, r=6370 km, D=150 10^6 km, d=384 000 km)

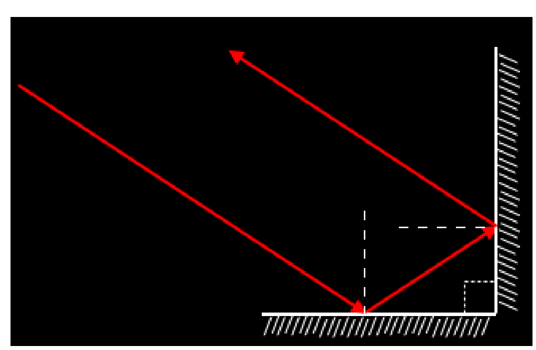
1. Déterminer l, la distance entre le sommet du cône d'ombre et le centre de la Terre, en fonction du rayon du Soleil R, du rayon de la Terre r et de la distance de la Terre au Soleil D. Vérifier dimensionnellement le résultat et faire l'application numérique.

2. Déterminer le rayon ρ du cône d'ombre à la distance d de la Terre, en fonction de r, d et l. Vérifier dimensionnellement le résultat et faire l'application numérique.

3. Lorsque la Lune est dans l'axe Soleil-Terre, son centre est à la distance d de celui de la Terre. Son rayon étant d'environ 1700 km, que peut-on conclure quant à l'éclairement de la Lune par le Soleil ?

4 Dièdre droit

Montrer que pour un dièdre composé de deux miroirs faisant un angle droit entre eux, le rayon réfléchi repart parallèlement au rayon incident.



5 Image d'un camion

On forme l'image d'un camion à travers un rétroviseur constitué d'un miroir plan. Parmi les trois choix de la figure suivante, quel est le bon et pourquoi ?

6 Dioptre plan air-eau

Construire le rayon réfracté d'un rayon incident d'angle d'incidence $\pi/4$ (45°) à la traversée d'un dioptre air-eau. Que se passe-t-il ?

7 Lame à faces parallèles

Un rayon lumineux arrive avec l'incidence i sur une plaque de verre à faces parallèles, d'indice n et d'épaisseur e, placée dans l'air ($n_{\text{air}} = 1$).

1. Calculer la translation d subie au niveau de la face de sortie par ce rayon traversant la plaque, et ce en fonction de e, i et n.

2. On suppose que la lumière du faisceau est constituée par la superposition de radiations rouges et bleues. On donne $i = \pi/6$ (30°) et $e = 2.4\,\text{cm}$, les indices de réfraction du verre pour les deux radiations sont n_R =1.58 et n_B =1.62. Quelle est la différence de translation $\Delta d = d_R - d_B$ entre les rayons rouge et bleu ?

8 Angle de réfraction limite

Déterminer l'angle de réfraction limite dans le verre (n=1.5), s'il est plongé dans l'air (n=1), et s'il est plongé dans l'eau (n=1.33).

9 Angle de réflexion totale

Montrer qu'à incidence normale un prisme de verre ($n_2 = 1.5$), formant à deux dimensions un triangle isocèle à angle droit et plongé dans l'air ($n_1 = 1$), se comporte, selon le choix de l'orientation, comme :

1. une équerre optique.

2. un coin de cube bi-dimensionnel.

10 Un poisson dans l'eau

On considére un dioptre plan constitué par un plan d'eau (n_1=4/3, n_2=1), et l'on reste dans les conditions de Gauss.

1. Déterminer par construction la nature et la position de l'image A_2 d'un point objet réel A_1 disposé 1 m sous l'eau. Justifier du choix des angles d'incidence utilisés pour la construction.

2. Retrouver par le calcul la position de A_2.

3. Déterminer par construction, puis retrouver par le calcul, la position et le grandissement correspondant à un objet transverse A_1B_1. Faire l'application numérique pour le cas d'un poisson de 10 cm en position horizontale.

4. Même question pour un objet longitudinal de même longueur.

11 Dioptre sphérique

1. Soit un dioptre sphérique de rayon de courbure -2 cm qui sépare l'air (n_1=1) du verre (n_2=1.5). Ce dioptre est-il convexe ou concave ? Convergent ou divergent ?

2. Soit un objet réel AB de taille +1 cm placé à 2 cm en amont dudit dioptre.Trouver par construction puis par le calcul position et taille de $A'B'$.

3. Mêmes cas et questions qu'en (1) et (2) mais en inversant et le signe du rayon de courbure et les valeurs de n_1 et n_2 entre elles.

12 Lentille biconcave

Une lentille biconcave en verre (avec n=1.5) est constituée de deux dioptres tels que le rayon de courbure du premier dioptre soit le double du rayon de courbure du second dioptre (mais de signe opposé) : $\overline{S_1C_1} = -2\,\overline{S_2C_2}$. La distance focale image de l'ensemble formé par l'association des deux dioptres, f', est quant à elle telle que : $f' = -6\,\text{cm}$.

1. Écrire la relation de conjugaison de cette lentille biconcave, en supposant les sommets S_1 et S_2 de chaque dioptre confondus en un point O (lentille mince).

2. En déduire les rayons de courbure de chaque dioptre.

3. Même question qu'en (2), mais avec une lentille biconvexe.

13 Photographe

Un photographe désire photographier une statue de 2 m de hauteur située à une distance de 4 m. Il veut obtenir sur son film une image d'une hauteur de 1 cm. On assimile l'objectif de son appareil photo à une lentille mince.

1. Déterminer le grandissement souhaité γ. L'image est-elle droite ou renversée ?
2. Déterminer la distance algébrique lentille-image $\overline{OA'}$. L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
3. Quelle est la vergence V et la distance focale f' de l'objectif ?

14 Trois yeux

On examine les yeux de trois personnes différentes. On se place dans l'hypothèse du modèle de l'œil réduit (indice n=1.336, rayon de courbure de l'œil au repos R=$\overline{OC}$=5.6 mm). La différence entre les trois personnes concerne la taille de leurs yeux soit la distance L entre la cornée et la rétine.

- première personne : L_1=22.3 mm,
- deuxième personne : L_2=24.3 mm,
- troisième personne : L_3=20.9 mm.

1. Calculer la vergence V de l'œil lorsque celui-ci est au repos, vergence commune aux trois personnes.
2. Calculer la position de l'image A' d'un objet situé à l'infini. En déduire le type éventuel d'amétropie (défaut de l'œil) présentée par chaque personne.

15 Pouvoir séparateur de l'œil

1. Sachant qu'un œil sans défaut ne peut pas distinguer de détails plus fins que 0.1 mm lorsque ces derniers sont placés à son *Punctum proximum* (25 cm), calculer le pouvoir séparateur de l'œil[1].
2. Un fabricant de d'écrans plats veut connaître la distance entre les lignes de pixels de l'appareil afin qu'un téléspectateur, situé à une distance minimale de 2 m de l'écran, ne puisse pas voir la structure de ces lignes.

16 Loupe/oculaire

Un observateur observe un objet AB de hauteur h=0.5 cm suffisamment petite pour faire toutes les approximations de l'optique paraxiale. Il utilise une loupe (équivalente à un oculaire) constituée d'une lentille convergente de centre optique O et de distance focale 2 cm. L'œil est accolé à la lentille et observe AB à travers la loupe de façon à ne pas accommoder.

1. Exprimer la puissance P de la loupe en fonction de la focale f, puis de la vergence V, de cette lentille. Donner sa valeur.
2. Calculer le grossissement commercial G_c de cette loupe.
3. Sachant que le pouvoir séparateur ϵ de l'œil vaut $4\ 10^{-4}$ rad, donner la taille minimale AB_{min} de l'objet que l'œil peut voir à travers la loupe. Comparer avec la taille minimale 0.1 mm perceptible à l'œil nu.

17 Microscope

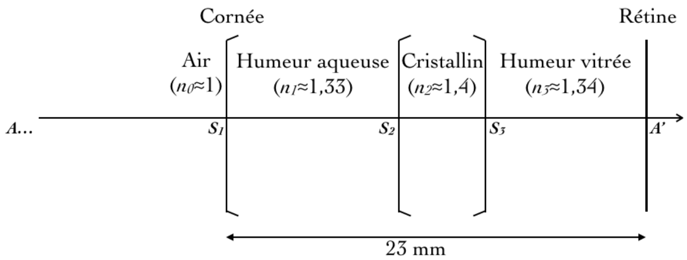
Un microscope est schématisé par deux lentilles minces convergentes de même axe optique : l'objectif L_1 de distance focale 1 cm et l'oculaire L_2 de distance focale 5 cm. Les centres optiques O_1 et O_2 de L_1 et L_2 sont séparés par la distance e=O_1O_2=10 cm. Le système est placé dans l'air. Un observateur place son œil accolé à l'oculaire pour observer un objet AB. Il effectue la mise au point du microscope pour que son œil soit au repos (sans accommodation). On appelle A_1B_1 l'image de AB formée par l'objectif, et $A'B'$ l'image de AB par le microscope.

1. Donner les positions de $A'B'$ et de A_1B_1.
2. En prenant une taille de 0.8 cm pour l'objet AB, effectuer le tracé des rayons traversant le microscope.
3. L'angle sous lequel l'observateur voit l'objet AB à travers l'instrument est noté α'. L'angle sous lequel il le voit à l'œil nu à une distance d est α. Calculer la puissance P_{oc} de l'oculaire et la puissance P_M du microscope.
4. Donner l'expression littérale du grossissement commercial G en fonction du grandissement $|\gamma_1|$ de l'objectif L_1, de la distance focale image de l'oculaire et de d=25 cm. Calculer G. Comment cette valeur de G doit-elle être interprétée sachant qu'à l'œil nu on ne peut pas distinguer d'objet plus petit que 0.1 mm ?

[1] On appelle pouvoir séparateur l'angle limite ϵ sous lequel deux points lumineux peuvent être vus séparément. Pour ce faire, leurs images doivent se former sur deux cellules visuelles différentes. Lorsqu'elles ne sont plus distinctes, c'est qu'elles se forment tous les deux sur la même cellule visuelle.

(Exo. supp. #1) Un œil, deux yeux

L'œil peut-être modélisé au premier abord par une succession de dioptres sphériques. Le premier (la cornée, convexe) entre le milieu extérieur ($n_0 \simeq 1$ s'il s'agit d'air) et l'humeur aqueuse ($n_1 \simeq 1.33$), le second (convexe) entre l'humeur aqueuse et le cristallin ($n_2 \simeq 1.4$), et le dernier (concave) entre le cristallin et l'humeur vitrée ($n_3 \simeq 1.34$). Les rayons de courbure sont tels que $\overline{S_1C_1} = R_1 = 8\,\text{mm}$ et $R_2 = -R_3$.

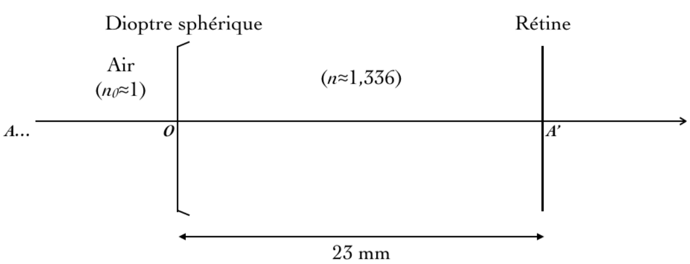


1. Écrire les relations de conjugaison des trois dioptres successifs et en déduire, en considérant que S_1, S_2 et S_3 sont confondus en un point O, que l'on a :

$$\frac{n_3}{\overline{OA'}} - \frac{n_0}{\overline{OA}} = \frac{n_1 - n_0}{R_1} + \frac{2n_2 - n_1 - n_3}{R_2}$$

2. Quelles valeurs extrêmes prennent les rayons de courbure R_2 et R_3 du cristallin lors de l'accommodation, sachant que le *Punctum remotum* P_r est ici à l'infini, que le *Punctum proximum* P_p est à 20 cm en amont de l'œil et que $\overline{OA'}$=23 mm (A' se forme sur la rétine) ?

3. L'œil peut aussi être modélisé par *l'œil réduit* pour lequel on considère que l'ensemble des dioptres de l'œil est assimilable à un unique dioptre sphérique dont le sommet O coïncide avec celui de la cornée. L'indice de réfraction de l'œil réduit est pris égal à 1.336. Déterminer le rayon de courbure correspondant aux valeurs extrêmes de l'accommodation P_r et P_p.



(Exo. supp. #2) Hypermétropie

On rappelle qu'un œil hypermétrope est un œil qui n'est pas assez convergent. On modélise cet œil au repos par une lentille mince centrée L_1 de distance focale f'_1=25 mm, et une rétine (plane) situé à la distance d=22 mm de L_1. On se place dans les conditions de Gauss.

1. Réaliser un schéma à l'échelle 2/1 (1 cm réel = 2 cm sur le schéma) comportant l'axe optique, la lentille et ses foyers objet et image (F_1 et F'_1), le plan de la rétine. Y représenter le trajet de deux rayons provenant d'un point objet situé à l'infini.

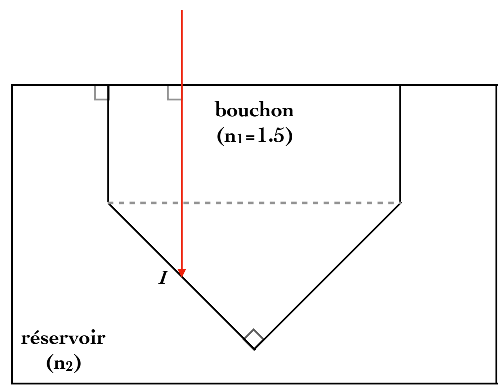
2. Où se forme l'image de cet objet par rapport à la rétine ? L'œil voit-il une image nette de cet objet ?

3. On place devant l'œil une lentille L_2 convergente de distance focale f'_2, accolée à la lentille L_1. L'ensemble $\{L_1 + L_2\}$ est équivalent à une lentille mince unique de distance focale f'. Exprimer la vergence V de cette lentille équivalente en fonction de f'_1 et f'_2.

4. Exprimer f'_2 en fonction de f'_1 et d pour que l'image se forme maintenant sur la rétine. Vérifier dimensionnellement le résultat puis faire l'application numérique.

(Exo. supp. #3) Lave-vaisselle

Dans un lave-vaisselle, le témoin de liquide de rinçage consiste en un bouchon de verre d'indice n_1=1,5 qui trempe dans le liquide d'indice n_2 situé dans le réservoir. Le bouchon est constitué d'un corps cylindrique terminé par un cône de révolution représenté par un triangle rectangle isocèle dans le plan de coupe ci-dessous.



1. On considère un rayon lumineux arrivant en incidence normale sur le bouchon. Quelle est la valeur de son angle d'incidence i avec la normale au dioptre bouchon-liquide au point I ? Placer cet angle et la normale en question sur le schéma.

2. On suppose le réservoir rempli d'un liquide d'indice n_2=1.3. Calculer l'angle de réflexion totale Λ (l'angle d'incidence limite à partir duquel il n'y a plus de rayon réfracté).

3. Que peut-on en déduire quant au rayon incident en I (justifier) ?

4. On vide maintenant le réservoir du liquide précédent. Le réservoir est donc maintenant rempli d'air (n_2=1). Calculer le nouvel angle de réfraction limite Λ'.

5. Que peut-on en déduire quant au rayon incident en I (justifier) ? Compléter le schéma précédent en construisant le trajet du rayon après l'incidence en I (tracer tout le cheminement du rayon éventuellement réfléchi ou réfracté par la suite).

6. Expliquer brièvement le fonctionnement de ce système (on place un détecteur de lumière sur le fond du réservoir).