

## Exercice 8 :

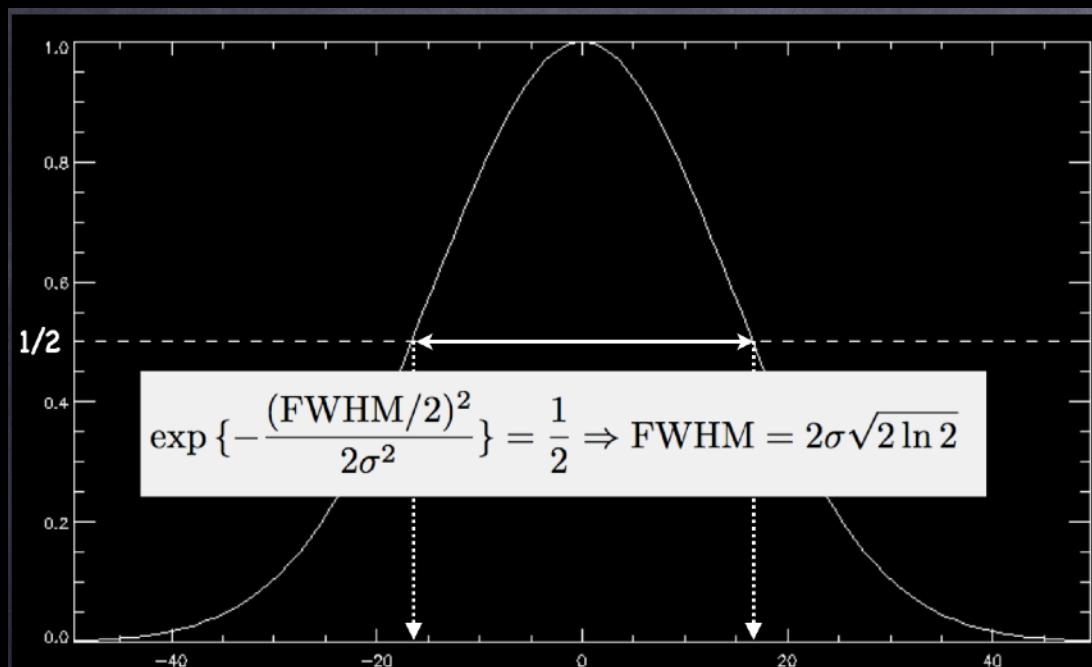
Filtrer (en masquant dans le plan de Fourier : notion de fonction de transfert) avec un filtre passe-bas, tout d'abord carré de côté  $\text{dim}/2$ . Commenter le résultat. Puis trouver une forme équivalente ne générant pas d'oscillations dans le plan direct. Essayer ensuite un filtre circulaire de rayon 10 et 30 px. De nouveau, trouver une forme équivalente mais ne générant pas d'oscillations dans le plan direct.

```
1 clear
2 close all
3 %pkg load image % cas d'Octave...
4
5 % image
6 dim=128; I=zeros(dim,dim); I(:,1:dim/2)=0.6; % marche 0.6/0
7 fx=((0:dim-1)-dim/2)/dim; fy=fx; % fréquences
8
9 figure, colormap('colorcube') % colormap "colorcube"
10 subplot(3,3,1), imagesc(I) % pour mettre en avant
11 colorbar, axis('square'), title('img') % les oscillations
12 xlabel('x'), ylabel('y') % sinon 'pink' ou autre
13
14 subplot(3,3,2), plot(I(dim/2,:), '.'), axis('square'), xlim([1 dim]) % colorcube
15 ylim([min(min(I))-0.1 max(max(I))+0.1]), title('coupe(img)'), xlabel('x')
16
17 % FFT(image)
18 Ichap=fft2(I);
19 Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
20
21 subplot(3,3,3), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^0.5), colorbar, axis('square')
22 title('|TF(img)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
```

```

24 %%%
25 % masques *passe-bas* dans Fourier
26 % (1) carré de côté nn
27 hchap=zeros(dim,dim); nn=dim/2;
28 hchap(dim/2-nn/2+1:dim/2+nn/2, dim/2-nn/2+1:dim/2+nn/2)=1.;
29 % (2) plus smooth : masque gaussien de FWHM nn
30 % nn=dim/2; sig=nn/(2*sqrt(2*log(2)));
31 % hchap=fspecial('gaussian',dim,sig); hchap=hchap/max(max(hchap));
32 % (3) disque de rayon rr [fréquels]
33 % hchap=zeros(dim,dim); rr=10;
34 % hh=fspecial('disk',rr); hh=hh/max(max(hh));
35 % hchap(dim/2+1-rr:dim/2+1+rr, dim/2+1-rr:dim/2+1+rr)=hh;
36 % (4) plus smooth : masque gaussien de FWHM rr
37 % rr=10; sig=rr/(2*sqrt(2*log(2)));
38 % hchap=fspecial('gaussian',dim,sig); hchap=hchap/max(max(hchap));
39 %%%

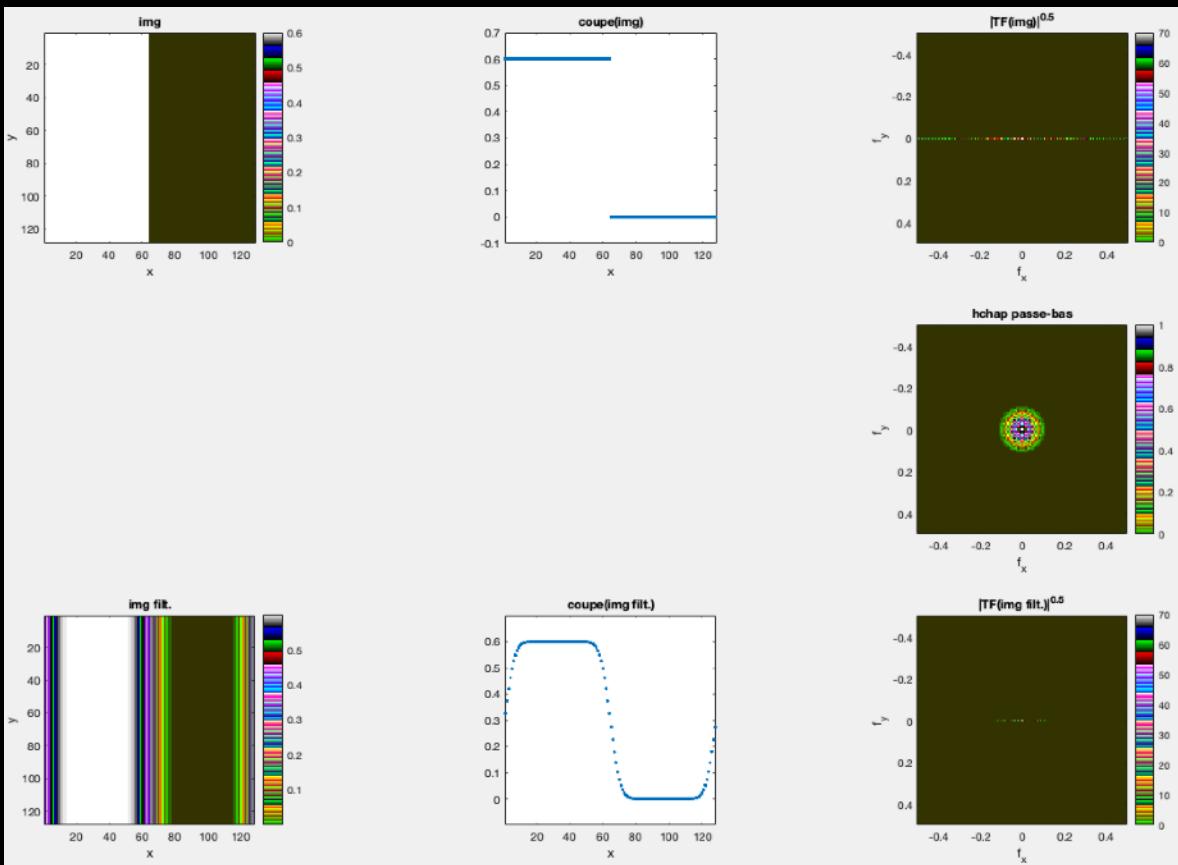
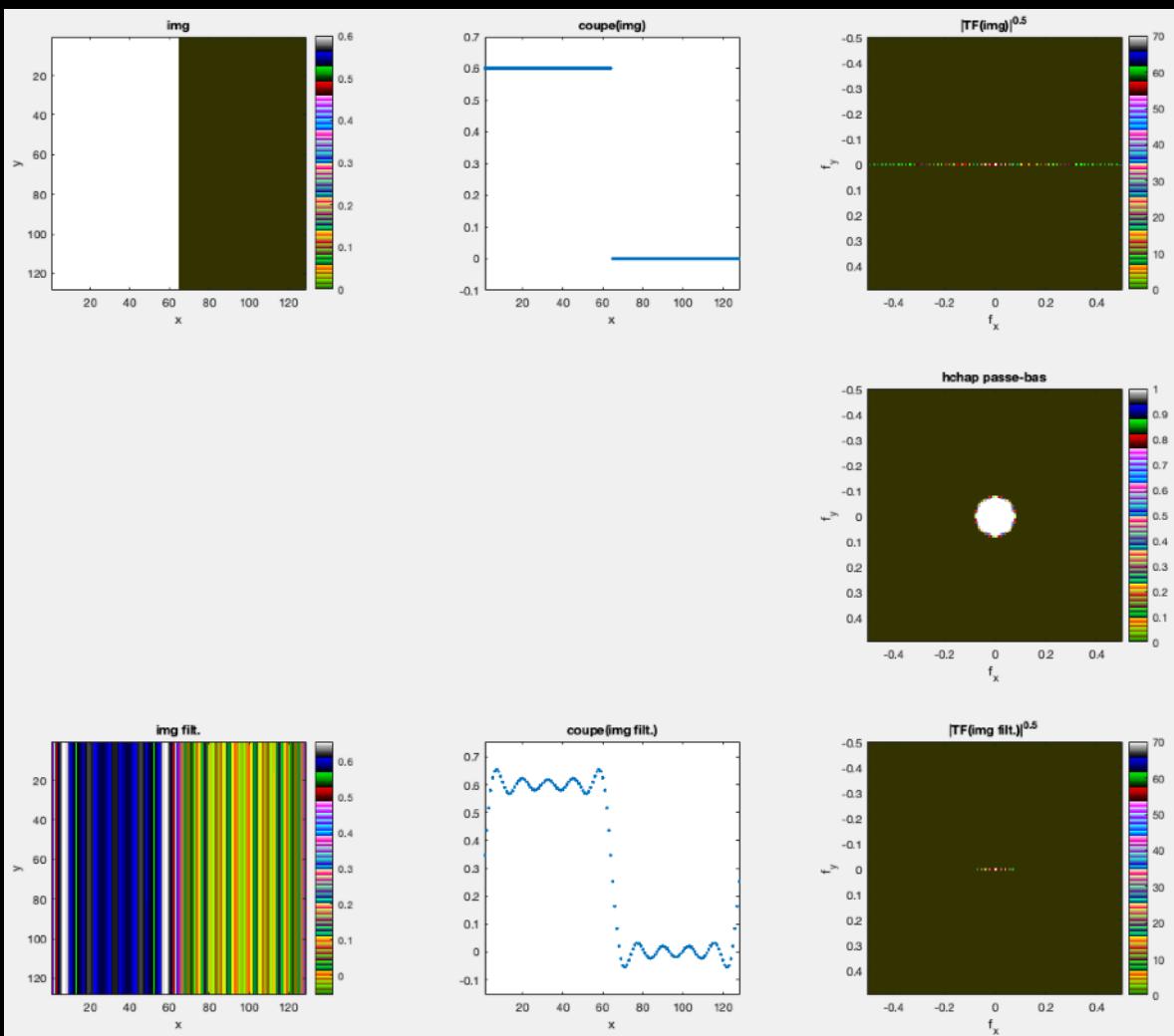
```



```

41 subplot(3,3,6), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('square')
42 title('hchap passe-bas'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
43
44 % filtrage dans l'espace de Fourier
45 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
46 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
47
48 subplot(3,3,9), imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^0.5), colorbar, axis('square')
49 title('|TF(img filt.)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
50
51 % retour dans l'espace réel
52 Ifilt=real(ifft2(Ichapfilt)); % 'real()' pas
53 % forcément nécessaire
54 subplot(3,3,7), imagesc(Ifilt), colorbar, axis('square')
55 title('img filt.'), xlabel('x'), ylabel('y')
56
57 subplot(3,3,8), plot(Ifilt(64,:), '.'), axis('square')
58 ylim([min(min(Ifilt))-0.1 max(max(Ifilt))+0.1])
59 title('coupe(img filt.)'), xlim([1,dim]), xlabel('x')

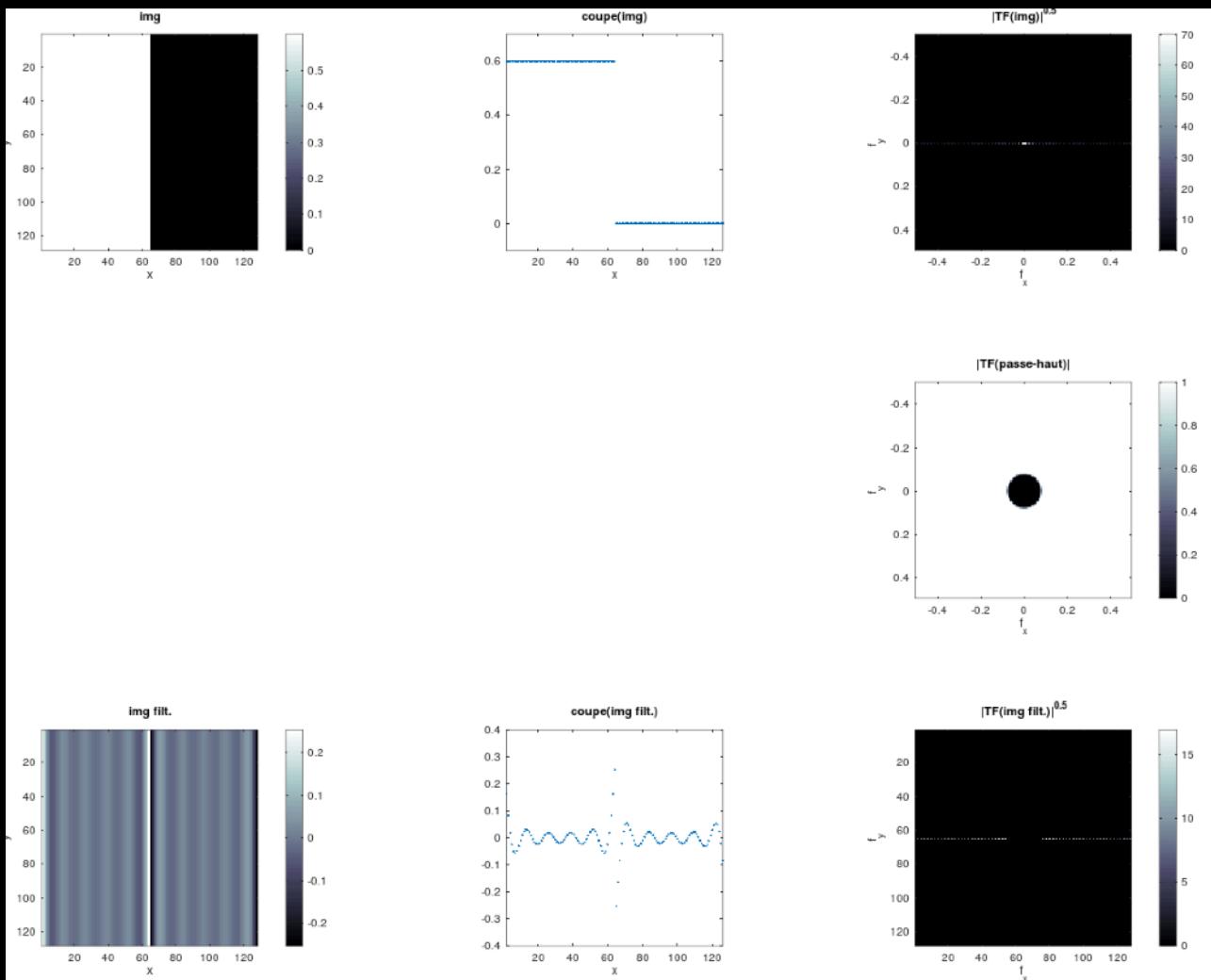
```

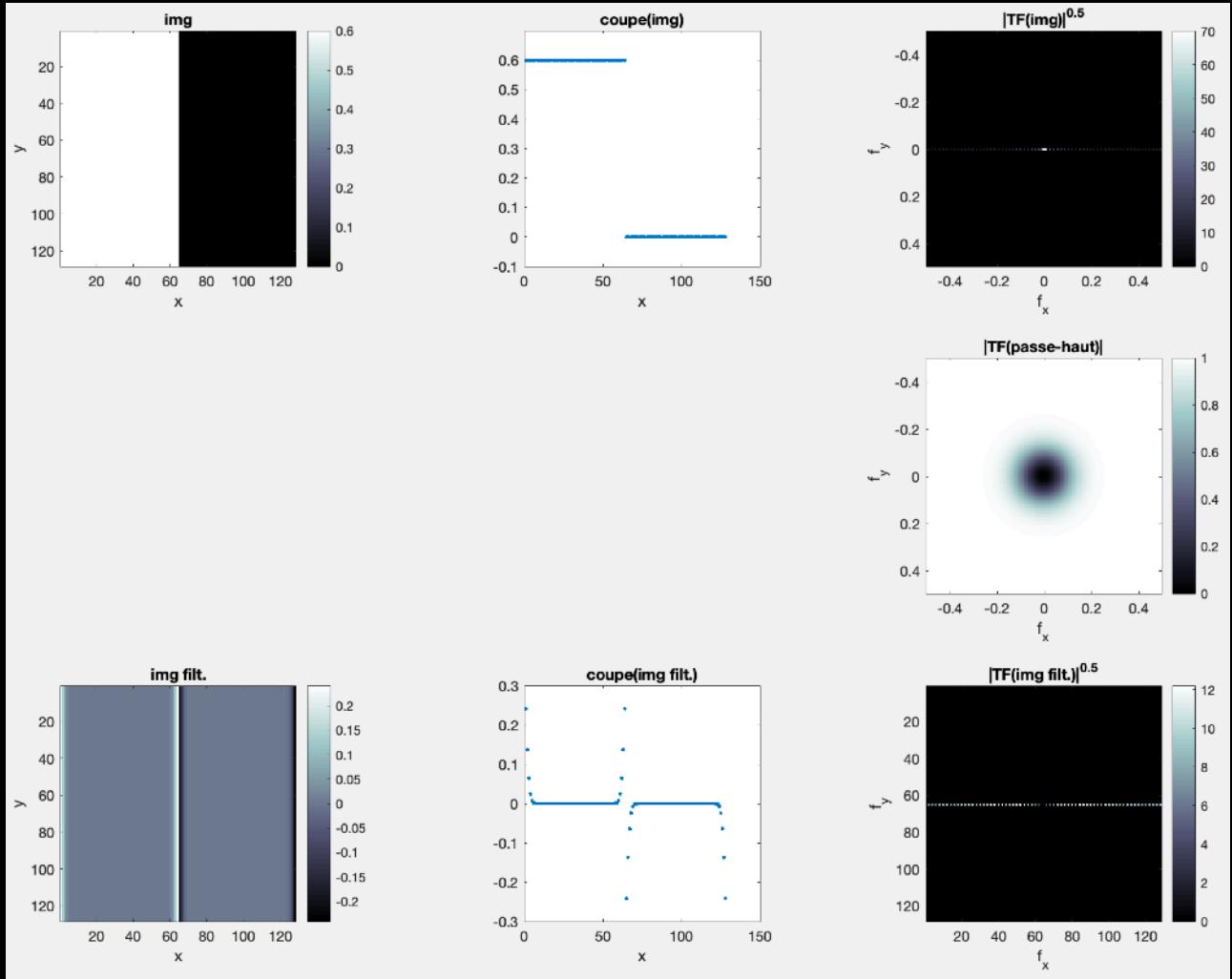


## Exercice 9 :

En faire de même avec les filtres passe-haut correspondants.

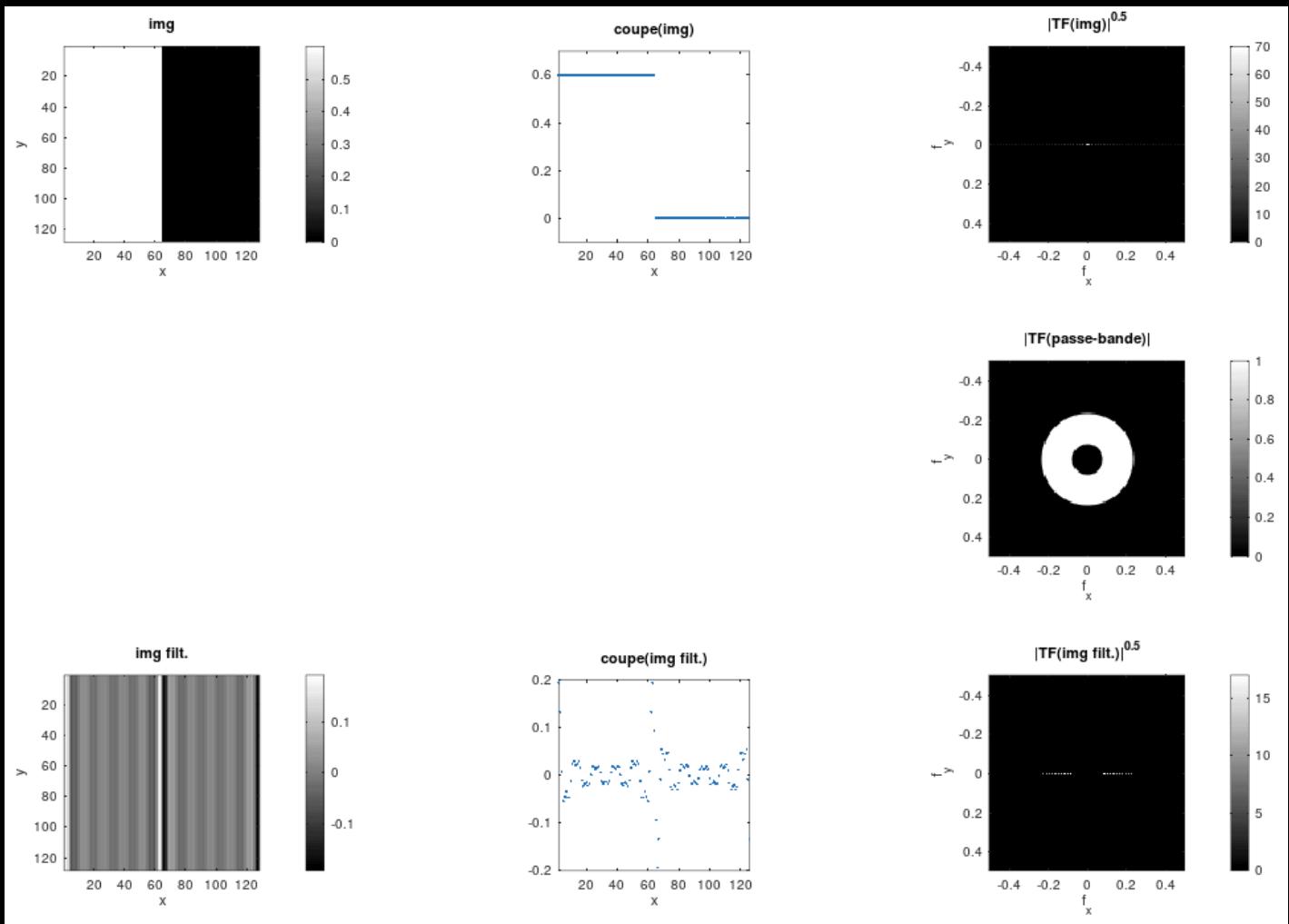
```
24 %%%
25 % masques *passe-bas* dans Fourier
26 % (1) carré de côté nn
27 % hchap=zeros(dim,dim); nn=dim/2;
28 % hchap(dim/2-nn/2+1:dim/2+nn/2, dim/2-nn/2+1:dim/2+nn/2)=1.;
29 % (2) plus smooth : masque gaussien de FWHM nn
30 % nn=dim/2; sig=nn/(2*sqrt(2*log(2)));
31 % hchap=fspecial('gaussian',dim,sig); hchap=hchap/max(max(hchap));
32 % (3) disque de rayon rr [fréquels]
33 hchap=zeros(dim,dim); rr=10;
34 hh=fspecial('disk',rr); hh=hh/max(max(hh));
35 hchap(dim/2+1-rr:dim/2+1+rr, dim/2+1-rr:dim/2+1+rr)=hh;
36 % (4) plus smooth : masque gaussien de FWHM rr
37 % rr=10; sig=rr/(2*sqrt(2*log(2)));
38 % hchap=fspecial('gaussian',dim,sig); hchap=hchap/max(max(hchap));
39 %%
40 % masque passe-haut correspondant
41 hchap=1-hchap;
42 %%%
```





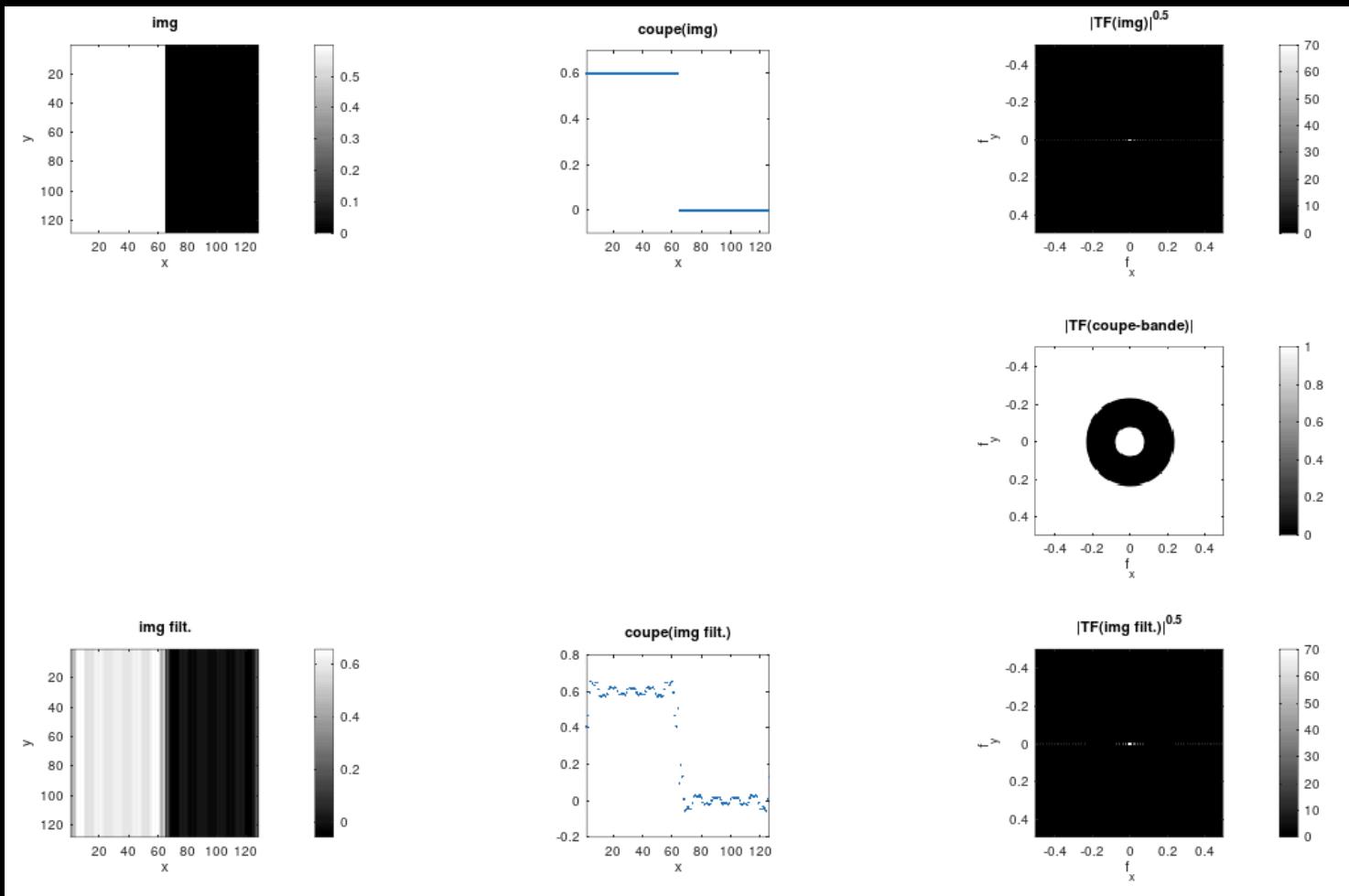
## **Exercice 10 : Idem avec un filtre passe-bande circulaire entre 10 et 30 frequels.**

```
1 clear
2 close all
3
4 % image
5 dim=128; I=zeros(dim,dim); I(:,1:dim/2)=0.6;
6 fx=((0:dim-1)-dim/2)/dim; fy=fx;
7
8 figure, colormap('gray')
9 subplot(3,3,1), imagesc(I), colorbar, axis('square'), title('I(x,y)')
10 subplot(3,3,2), plot(I(64,:), '.'), axis('square'), title('coupe de I')
11 ylim([-1 .7]), xlabel('x')
12
13 % FFT(image)
14 Ichap=fft2(I);
15 Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
16 subplot(3,3,3), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^0.5), colorbar, axis('square')
17 title('|TF(img)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
18
19 % masque dans le plan de Fourier (fct de transfert)
20 hchap=zeros(dim,dim);
21 rr =10; hh =fspecial('disk',rr ); hh =hh /max(max(hh)) ;
22 rrr=30; hhh=fspecial('disk',rrr); hhh=hhh/max(max(hhh));
23 hchap(dim/2+1-rrr:dim/2+1+rrr,dim/2+1-rrr:dim/2+1+rrr)=hhh;
24 hchap(dim/2+1-rr :dim/2+1+rr ,dim/2+1-rr :dim/2+1+rr )=1-hh;
25
26 subplot(3,3,6), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('square')
27 title('|TF(passe-bande)|'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
28
29 % filtrage dans l'espace de Fourier
30 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
31 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
32
33 subplot(3,3,9), imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^0.5), colorbar, axis('square')
34 title('|TF(img filt.)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
35
36 % retour dans l'espace réel
37 Ifilt=real(ifft2(Ichapfilt));
38
39 subplot(3,3,7), imagesc(Ifilt), colorbar, axis('square'), title('I_f(x,y)')
40 subplot(3,3,8), plot(Ifilt(64,:), '.'), axis('square')
41 title('coupe de I_f'), xlabel('x')
```



## Exercice 11 : Idem avec un filtre coupe-bande circulaire entre 10 et 30 frequels.

```
1 clear
2 close all
3
4 % image
5 dim=128; I=zeros(dim,dim); I(:,1:dim/2)=0.6;
6 fx=((0:dim-1)-dim/2)/dim; fy=fx;
7
8 figure, colormap('gray')
9 subplot(3,3,1), imagesc(I), colorbar, axis('square'), title('I(x,y)')
10
11 subplot(3,3,2), plot(I(dim/2,:), '.'), axis('square'), title('coupe de I')
12 ylim([-1 .7]), xlabel('x')
13
14 % FFT(image)
15 Ichap=fft2(I);
16 Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
17
18 subplot(3,3,3), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^0.5), colorbar, axis('square')
19 title('|TF(img)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
20
21 % "filtre" (en fait fct de transfert directement!)
22 hchap=zeros(dim,dim);
23 rr=10; hh=fspecial('disk',rr); hh=hh/max(max(hh));
24 rrr=30; hhh=fspecial('disk',rrr); hhh=hhh/max(max(hhh));
25 hchap(dim/2+1-rrr:dim/2+1+rrr,dim/2+1-rrr:dim/2+1+rrr)=hhh;
26 hchap(dim/2+1-rr:dim/2+1+rr,dim/2+1-rr:dim/2+1+rr)=1-hh;
27 hchap=1.-hchap;
28
29 subplot(3,3,6), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('square')
30 title('|TF(coupe-bande)|'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
31
32 % filtrage dans l'espace de Fourier
33 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
34 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
35
36 subplot(3,3,9), imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^0.5), colorbar, axis('square')
37 title('|TF(img filt.)|^{0.5}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
38
39 % retour dans l'espace réel
40 Ifilt=real(ifft2(Ichapfilt));
41
42 subplot(3,3,7), imagesc(Ifilt), colorbar, axis('square'), title('I_f(x,y)')
43 subplot(3,3,8), plot(Ifilt(dim/2,:), '.'), axis('square')
44 title('coupe de I_f'), xlabel('x')
```



→ Boîte à outils pour le filtrage de Fourier !!

#### **Etape 1 :** Création de la fonction

Dans un fichier nommé stat.m, on écrit le texte suivant :

Code :

```

1 function [mean,stdev] = stat(x)
2 n = length(x);
3 mean = sum(x)/n;
4 stdev = sqrt(sum((x-mean).^2/n));

```

#### **Etape 2 :** Création d'un script qui utilise la fonction :

Dans un fichier nommé monscript.m (qui se trouve dans le dossier de stat.m) :

Code :

```
[mean stdev] = stat([12.7 45.4 98.9 26.6 53/1])
```

**Exercice 12 :** Appliquer les filtrages passe-bas circulaire, passe-haut circulaire, passe-bande circulaire et coupe-bande circulaire sur une image de votre choix. (Vérifier au passage que la somme de l'image filtrée passe-bas et de l'image filtrée passe-haut redonne bien l'image de départ. Idem pour les filtres passe-bande et coupe-bande.)

```

1    clear
2    close all
3    %pkg load image
4
5    % image et FFT(image)
6    I=imread('/Users/marcel/Documents/MATLAB/GBM/0-images/bird.jpg');
7    I=rgb2gray(I);
8    I=double(I)/255;
9    dimx=size(I,1); dimy=size(I,2);
10
11   fx=((0:dimx-1)-dimx/2)/(dimx*1); % ici Δx=Δy=1
12   fy=((0:dimy-1)-dimy/2)/(dimy*1);
13
14   Ichap=fft2(I);
15   Ichapmod=abs(fftshift(Ichap));
16
17   % (1) filtrage passe-bas circulaire
18   rr=10; hh=fspecial('disk',rr); hh=hh/max(max(hh));
19   hchap=zeros(dimx,dimy);
20   hchap(dimx/2+1-rr:dimx/2+1+rr,dimy/2+1-rr:dimy/2+1+rr)=hh;
21
22   Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
23   Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
24
25   Ifilt=real(ifft2(Ichapfilt));
26
27   % représentation
28   figure(1), colormap('pink')
29
30   subplot(3,2,1), imagesc(I), colorbar, axis('image')
31   title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
32
33   subplot(3,2,2), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^1), colorbar, axis('image'),
34   title('|TF(img)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
35
36   subplot(3,2,4), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('image')
37   title('masque passe-bas circ.'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
38
39   subplot(3,2,6),imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^1), colorbar, axis('image')
40   title('|TF(img filt.)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
41
42   subplot(3,2,5), imagesc(Ifilt), colorbar, axis('image')
43   title('img filtrée (passe-bas)'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

```

45 % (2) filtrage passe-haut circulaire
46 hchap=ones(dimx,dimy);
47 hchap(dimx/2+1-rr:dimx/2+1+rr,dimy/2+1-rr:dimy/2+1+rr)=1.-hh;
48
49 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
50 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
51
52 Ifilt2=real(ifft2(Ichapfilt));
53
54 % représentation
55 figure(2), colormap('bone')
56
57 subplot(3,2,1), imagesc(I), colorbar, axis('image')
58 title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
59
60 subplot(3,2,2), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^1), colorbar, axis('image')
61 title('|TF(img)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
62
63 subplot(3,2,4), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('image')
64 title('masque passe-haut circ.'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
65
66 subplot(3,2,6),imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^1), colorbar, axis('image')
67 title('|TF(img filt.)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
68
69 subplot(3,2,5), imagesc(Ifilt2), colorbar, axis('image')
70 title('img filtrée (passe-haut)'), xlabel('x'), ylabel('y')

```

```

72 % somme des deux images filtrées = image de départ ?
73 Iff=Ifilt+Ifilt2;
74 subplot(3,2,3), imagesc(Iff), colorbar, axis('image')
75 title('I_f passe-bas + I_f passe-haut'), xlabel('x'), ylabel('y')
76 distance=sqrt(sum(sum((I-Iff).^2)))/(dimx*dimy);
77 [distance entre image de départ et somme des deux images filtrées : ', num2str(distance)]
78 [% comparée à l'intégrale de l'image : ', num2str(sum(sum(I)))]
79 [soit ', num2str(distance/sum(sum(I))*100), '% de différence']

```

```

81 % (3) filtrage passe-bande circulaire
82 hchap=zeros(dimx,dimy);
83 rrr=30; hhh=fspecial('disk',rrr); hhh=hhh/max(max(hhh));
84 hchap(dimx/2+1-rrr:dimx/2+1+rrr,dimy/2+1-rrr:dimy/2+1+rrr)=hhh;
85 hchap(dimx/2+1-rr :dimx/2+1+rr ,dimy/2+1-rr :dimy/2+1+rr )=1-hh;
86
87 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
88 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
89
90 Ifilt=real(ifft2(Ichapfilt));
91
92 % représentation
93 figure(3), colormap('copper')
94
95 subplot(3,2,1), imagesc(I), colorbar, axis('image')
96 title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
97
98 subplot(3,2,2), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^1), colorbar, axis('image')
99 title('|TF(img)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
100
101 subplot(3,2,4), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('image')
102 title('|TF(passe-bande circ.)|'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
103
104 subplot(3,2,6),imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^1), colorbar, axis('image')
105 title('|TF(img filt.)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
106
107 subplot(3,2,5), imagesc(Ifilt), colorbar, axis('image')
108 title('img filtrée (passe-bande)'), xlabel('x'), ylabel('y')

```

```

110 % (4) filtrage coupe-bande circulaire
111 hchap=1.-hchap;
112
113 Ichapfilt=fftshift(hchap).*Ichap;
114 Ichapfiltmod=abs(fftshift(Ichapfilt));
115
116 Ifilt2=real(ifft2(Ichapfilt));
117
118 % représentation
119 figure(4), colormap('summer')
120
121 subplot(3,2,1), imagesc(I), colorbar, axis('image')
122 title('img'), xlabel('x'), ylabel('y')
123
124 subplot(3,2,2), imagesc(fx,fy,Ichapmod.^1), colorbar, axis('image')
125 title('|TF(img)|^{0.1}'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
126
127 subplot(3,2,4), imagesc(fx,fy,hchap), colorbar, axis('image')
128 title('|TF(coupe-bande circ.)|'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
129
130 subplot(3,2,6), imagesc(fx,fy,Ichapfiltmod.^1), colorbar, axis('image')
131 title('|TF(img filt.)|^0.1'), xlabel('f_x'), ylabel('f_y')
132
133 subplot(3,2,5), imagesc(Ifilt2), colorbar, axis('image')
134 title('img filtrée (coupe-bande)'), xlabel('x'), ylabel('y')

136 % somme des deux images filtrées = image de départ ?
137 Iff=Ifilt+Ifilt2;
138 subplot(3,2,3), imagesc(Iff), colorbar, axis('image')
139 title('I_f passe-bande + I_f coupe-bande'), xlabel('x'), ylabel('y')
140 distance=sqrt(sum(sum((I-Iff).^2))/(dimx*dimy));
141 [distance entre image de départ et somme des deux images filtrées : ', num2str(distance)]
142 [comparée à l'intégrale de l'image : ', num2str(sum(sum(I)))]
143 [soit ', num2str(distance/sum(sum(I))*100), '% de différence']

```

